GeoGebra segítségével bizonyított feladatok

VII. osztály

I. félév

A Digitaliada programban résztvevő iskolák matematika tanárai által összeállított kiadvány, koordinálta Adina Roşca Oktatási Szakértő

Digitaliada

Fundația orange

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

Tartalomjegyzék

A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

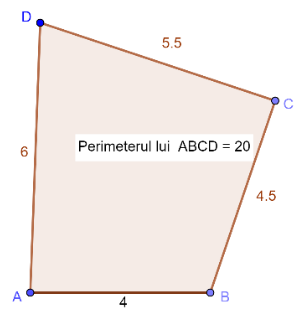
I félév

A NÉGYSZÖG

A konvex négyszögek; egy konvex négyszög szögeinek összege

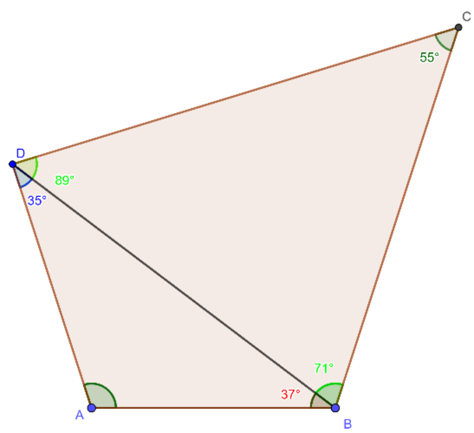
1.Syerkesszétek meg az ABCD konvex négyszöget, amelyben AB = 4 cm, BC = 4,5 cm, CD = 5,5 cm DA = 6 cm.Számítsátok ki a négyszög kerületét.

Ábra:



2. Az $ABCD$ konvex négyszögben adottak a következő mértékú szögek: $m\ \measuredangle ABC) = 108°$, $m(\measuredangle BAD)$ = 108°, $m(\measuredangle ABD)$ = 37°, $m(\measuredangle BDC)$ = 54°. Határozzátok meg a következő szögek mértékeit: $\measuredangle DBC$, $\measuredangle BDA$, $\measuredangle ADC$, $\measuredangle BCD$.

Ábra:

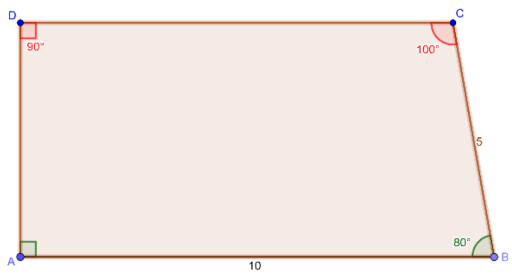


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

3. Szerkesszétek meg az $ABCD$ konvex négyszöget tudva, hogy AB∥CD, AB = 10 cm, BC = 5 cm, m(∡B) = 80° és AD⊥ AB. Határozzátok meg a ∡BCD és ∡ADC szögek mértékét.

Ábra:



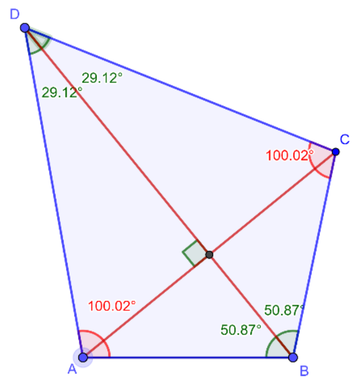
4.Az ABCD négyszög két-két szomszédos oldala páronként kongruens, [AB]≡[BC] és [CD]≡[DA]. Igazoljátok, hogy:

a) [BD az ∡ABC és ∡ADC szögek szögfelezője;

b) ∡A ≡ ∡C;

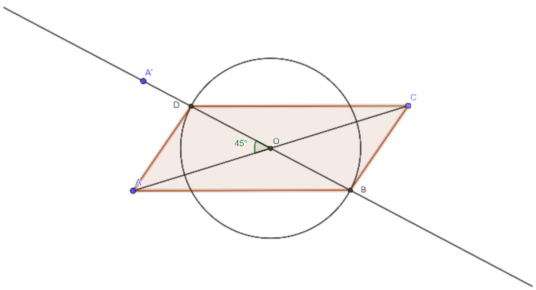
c) AC ⊥ BD.

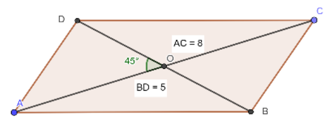
Ábra:



A paralelogramma, tulajdonságok

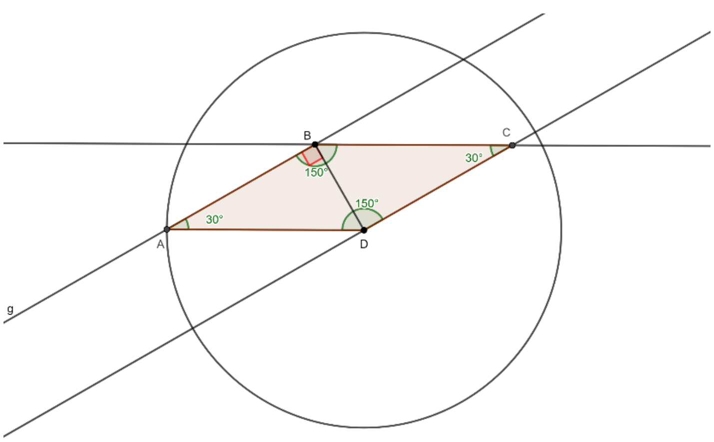
1. Szerkesszétek meg az $ABCD$, paralelogrammát, amelyben $AC = 8\ cm, BD = 5cm$ és $m(\sphericalangle AOD)$ = 40°, ahol $\{O\} = AC \cap BD$. Határozzátok meg a paralelogramma kerületét és szögeinek mértékét.

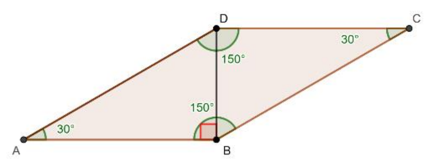




2. Adott az ABCD paralelogramma. Határozzátok meg a paralelogramma szögeinek mértékét ha tudjátok, hogy DB ⊥ AB és AD = 2BD.

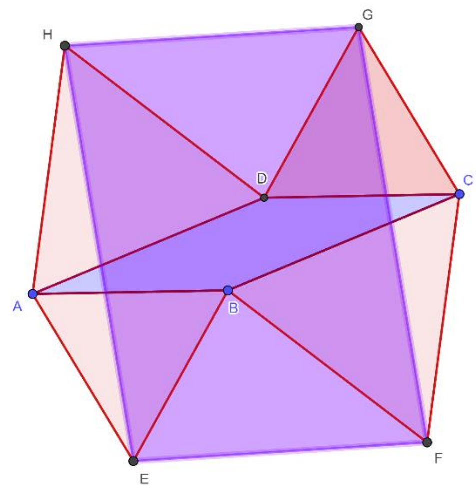
Ábra:





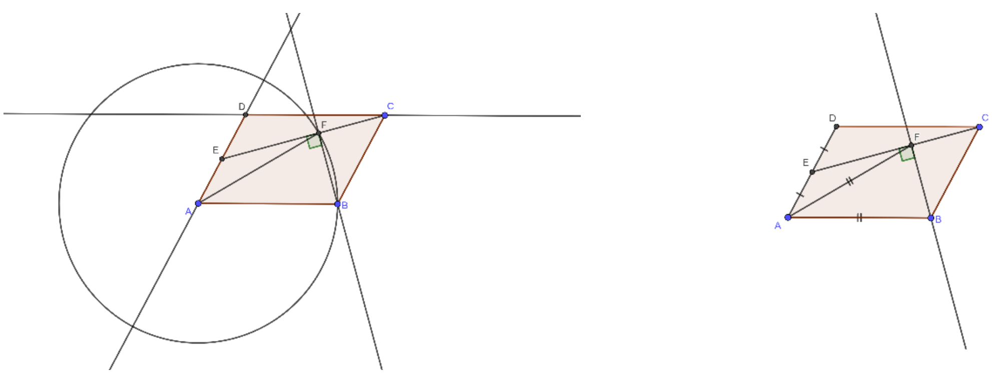
3. Szerkesszétek meg az ABCD paralelogramma külső tartományában az ABE, BCF, CDG és DAH egyenlő oldalú háromszögeket. Igazoljátok, hogy EFGH paralelogramma.

Ábra:



4. Adott az ABCD paralelogramma, E az AD oldal középpontja és F az EC szakasz egy pontja úgy, hogy AF = AB. Igazoljátok, hogy BF ⊥ EC.

Ábra:



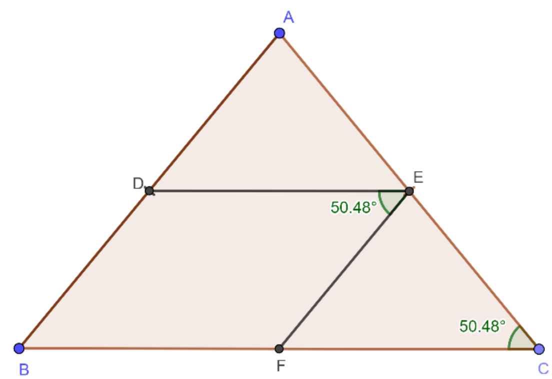
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

A háromszög középvonala. A háromszög súlypontja.

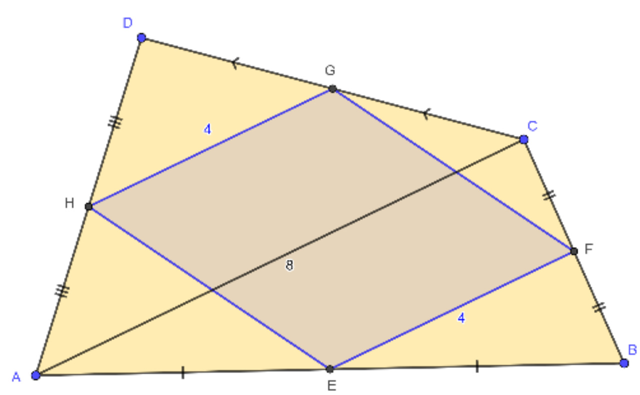
1. Az ABC egyenlő szárú háromszögben [AB] ≡ [AC], a D, E és F pontok az AB, BC, valamint AC oldalak felezőpontjai. Igazoljátok, hogy ∢DEF ≡ ∢ ACB.

Ábra:



2. Igazoljátok, hogy egy konvex négyszög oldalainak felezőpontjai egy paralelogramma csúcsai.

Ábra:

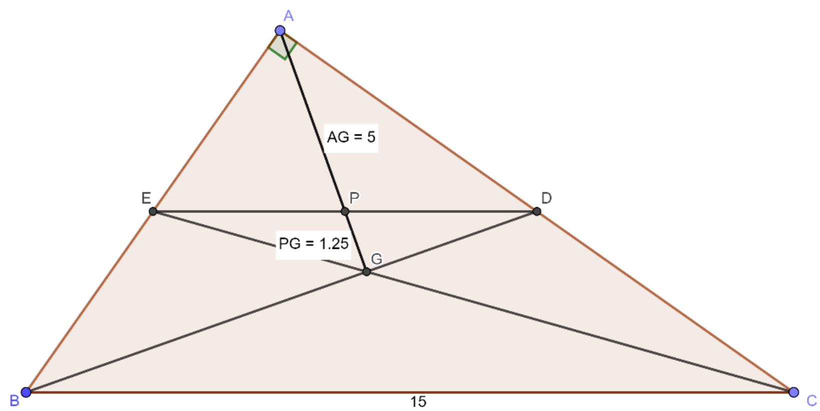


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

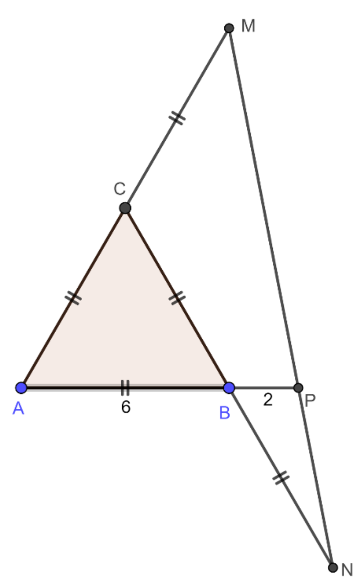
3. Az ABC derékszögű háromszögben, m(∢A)=90°, [CE] és [BD] az AB és AC oldalfelezői, E ∈ (AB) și D ∈ (AC), amelyek a G pontban metszik egymást. Ha BC=15 cm és AG ∩ ED ={P}, határozzátok meg az [AG] és [PG] szakaszok hosszát.

Ábra:



4. Adott az ABC egyenlő oldalú háromszög. Az (AC) és (BC) oldalak meghosszabbításán legyen M és N két pont úgy, hogy C ∈ (AM), B ∈ (CN) és CM = BN = AB. Ha AB ∩ MN = P, igazoljátok, hogy AB = 3BP.

Ábra:



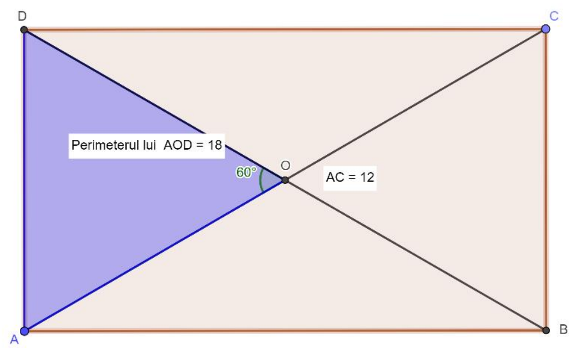
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

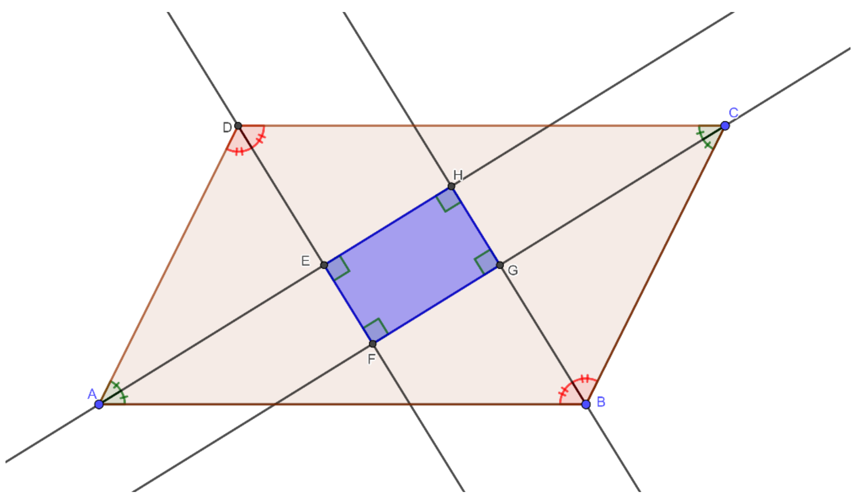
SAJÁTOS NÉGYSZÖGEK

A téglalap. Tulajdonságok.

1. Adott az ABCD téglalap, AC ∩ BD = {O}, $m(\sphericalangle AOD)=60°$ és AC = 12 cm. Határozzátok meg az AOD háromszög kerületét.



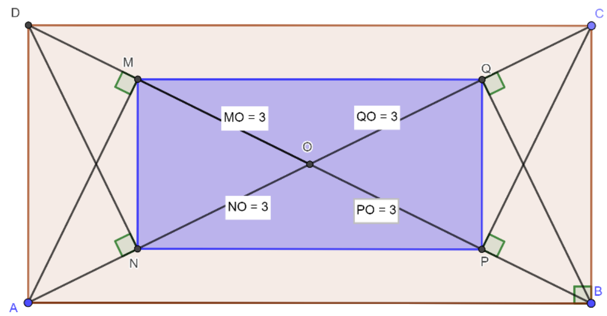
2. Igazoljátok, hogy egy paralelogramma szögfelezőinek metszéspontjai egy téglalap csúcsai.



GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

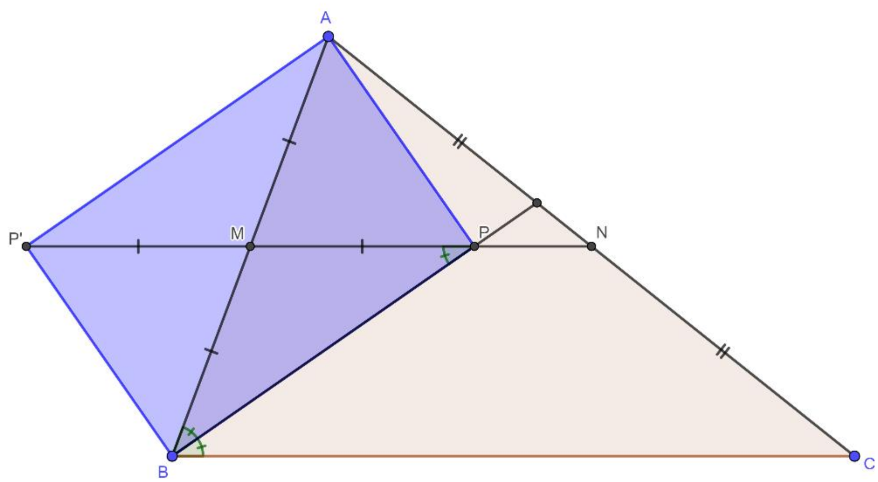
I félév

3. Adott az ABCD téglalap, AC ∩ BD =O. [AM] és [DN] az AOD háromszög magasságai, M∈DO és N∈AO, valamint [CP] és [BQ] a BOC háromszög magasságai, P∈BO és Q∈CO. Igazoljátok, hogy MNPQ téglalap.



4. Legyen M és N az ABC háromszög (AB) és (AC) oldalának felezőpontja, a P pont pedig az ∢ABC szög szögfelezőjének és az MN egyenes metszéspontja. Ha a P' pont a P pont szimmetrikusa az M-re nézve, igazoljátok, hogy BPAP' téglalap.

Ábra:

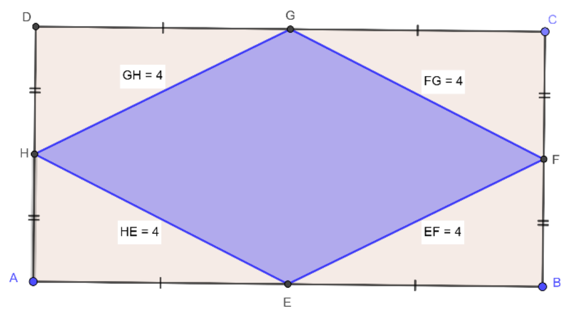


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

A rombusz. Tulajdonságok.

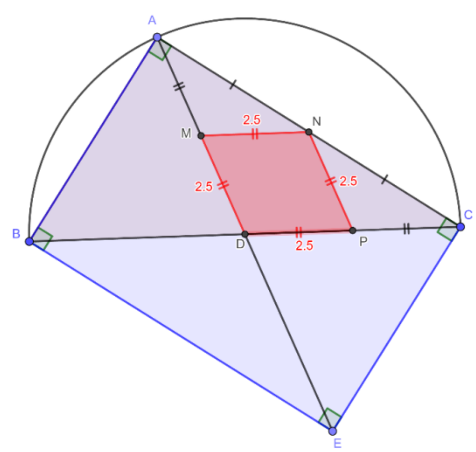
1. Igazoljátok, hogy egy téglalap oldalainak felezőpontjai egy rombusz csúcsai.



2. Az ABC háromszögben BC=2·AD, ahol D a [BC] oldal felezőpontja. Az [AD] oldalfelező meghosszabbításán felmérjük a [DE] ≡ [AD] szakaszt, és M, N, P pontok az [AD], [AC], [CD] szakaszok felezőpontjai.

a) Igazoljátok, hogy ABEC téglalap.

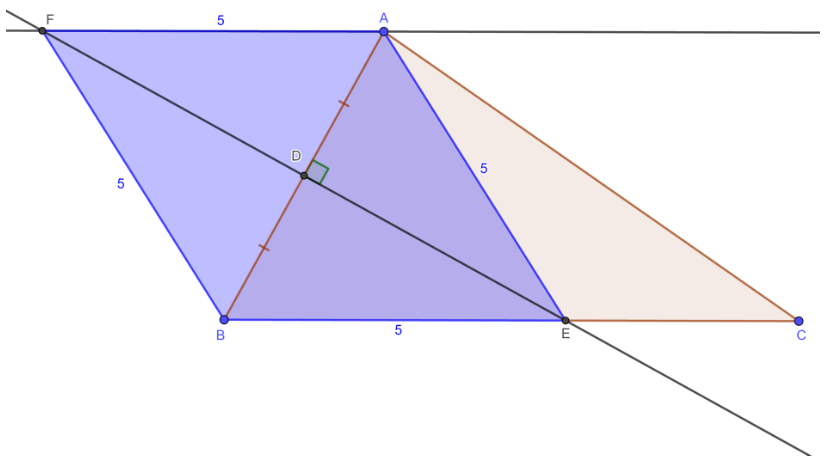
b) Igazoljátok, hogy MNPD rombusz.



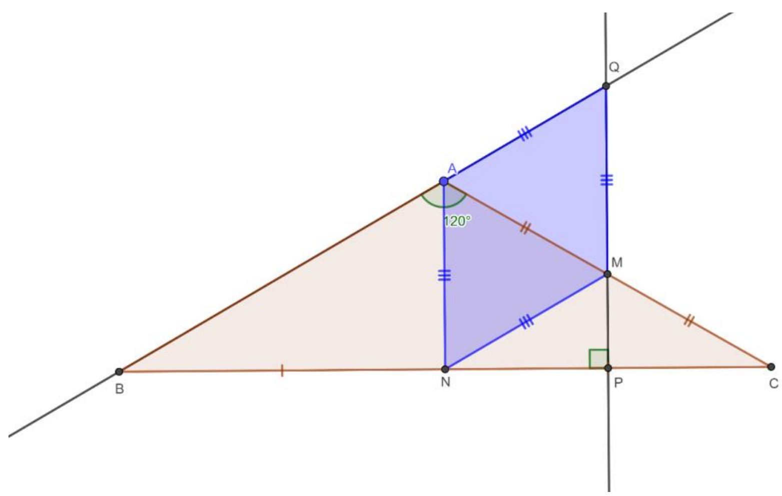
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

3. Az ABC háromszög (AB) oldalának D felezőpontjában merőlegest emelünk az AB-re, amely a BC oldalt E pontban, valamint az A ponton keresztűl a BC-hez húzott párhuzamost az F pontban metszi. Igazoljátok, hogy AEBF rombusz.

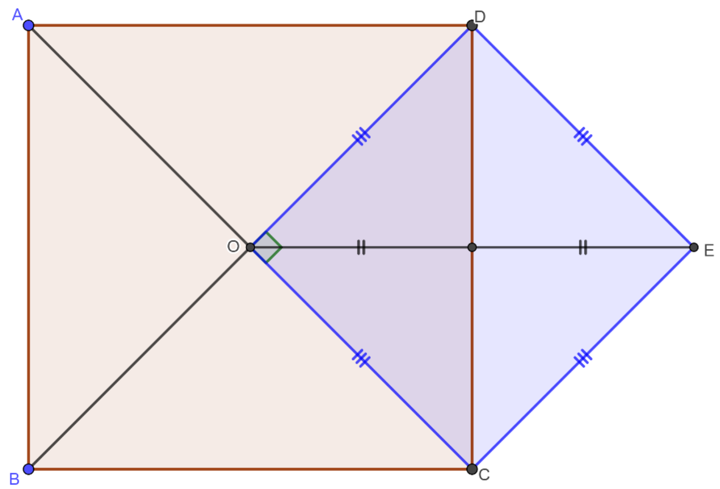


4. Az ABC egyenlő szárú háromszögben, [AB] ≡ [AC] és m(∢BAC) = 120°, legyen M és N az [AC] és [BC] oldalak felezőpontja. Legyen MP ⊥ BC, P∈ (BC) és MP ∩ AB = {Q}. Igazoljátok AQMN rombusz.



A négyzet. Tulajdonságok.

1. Az $ABCD$ négyzetben $\{O\} = AC \cap BD$. Legyen E pont az O szimmetrikusa a CD -re nézve. Igazoljátok, hogy a $CODE$ egy négyzet.

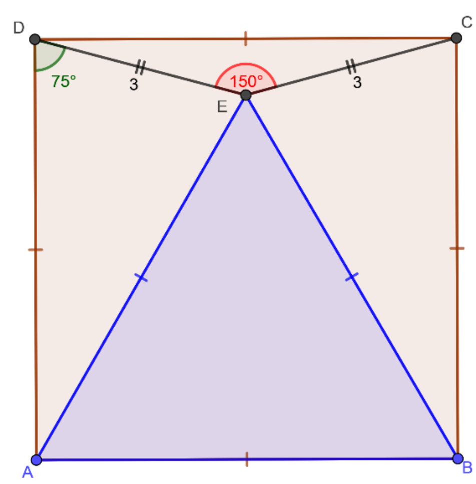


2. Az $ABCD$ négyzte belsejében legyen E az a pont, amelyre ABE egyenlő oldalú háromszög.

a) Igazoljátok, hogy $[ED] \equiv [EC]$;

b) Igazoljátok, hogy $m(\sphericalangle ADE) = 75°$;

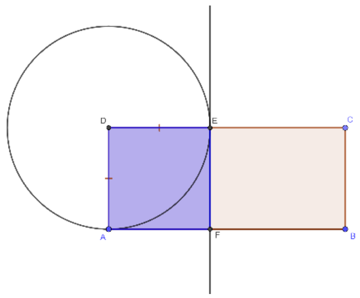
c) Határozzátok meg $m(\sphericalangle DEC)$.

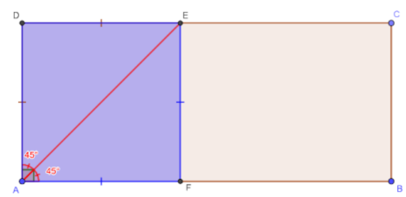


3. Adott az $ABCD$ téglalap, $AB > AD$. Az E pont a $[CD]$ oldalon található úgy, hogy $[DE] \equiv [AD]$. Ha $EF \perp AB, F \in [AB]$, igazoljátok, hogy:

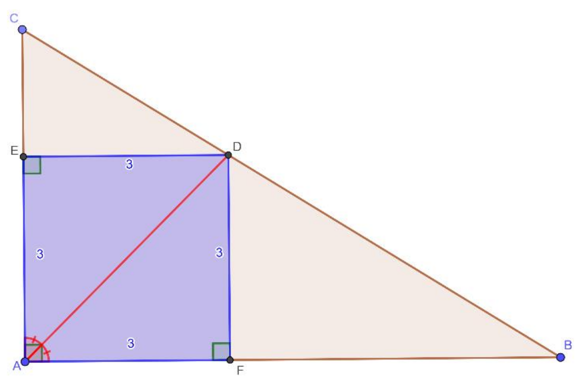
a) $(AE$ a $\sphericalangle DAF$ szög szögfelezője

b) $ADEF$ négyzet.





4. Adott az ABC A-ban derékszögű háromszög és $(AD$ a $BAC, D \in (BC)$szög szögfelezője. Megszerkesztjük a $DE \perp AC$ és $DF \perp AB, E \in (AC), F \in (AB)$ merőlegeseket. Igazoljátok, hogy $AEDF$ négyzet.

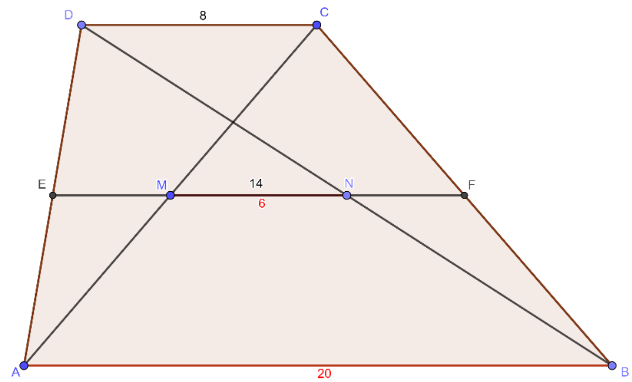


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

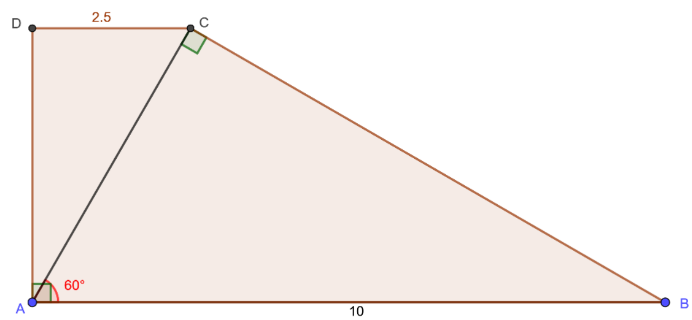
I félév

A trapéz; osztályozás, tulajdonságok

1. Az ABCD trapézban (AB ∥ CD, AB > CD) tudjuk, hogy AB = 20 cm, és a középvonalon találhatü MN szakasz hossza 6 cm. Határozzátok meg a trapéz kisalapjának és középvonalának hosszát.



2. Az ABCD derékszögű trapézban $m(\sphericalangle A) = 90°$, AB ∥ CD, AB > CD. Ha tudjuk, hogy $m(\sphericalangle CAB) = 60°$ és AC ⊥ BC, igazoljátok, hogy AB = 4CD.



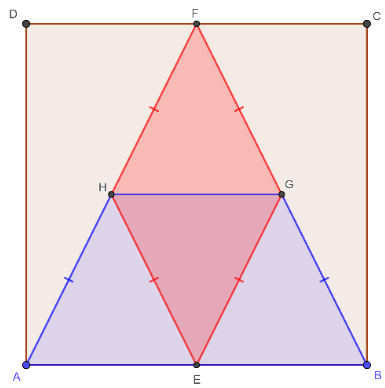
3. Az ABCD négyzetben E és F az [AB] és [CD] oldalak felezőpontjai, valamint G és H a [BF] és [AF] szakaszok felezőpontjai. Igazoljátok, hogy:

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

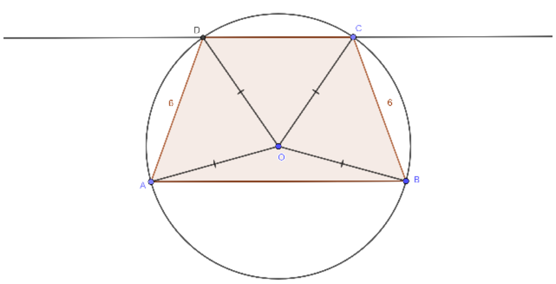
I félév

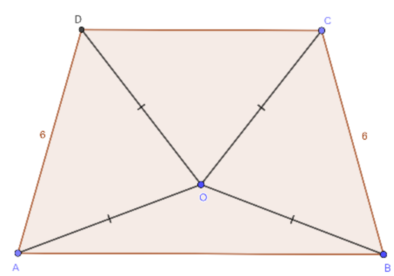
a) ABGH egyenlő szárú trapéz;

b) EHFG rombusz.



4. Igazoljátok, hogy ha egy trapéz belső tartományában létezik olyan pont amely egyenlő távolságra van a trapéz csúcsaitól, akkor a trapéz egyenlő szárú..



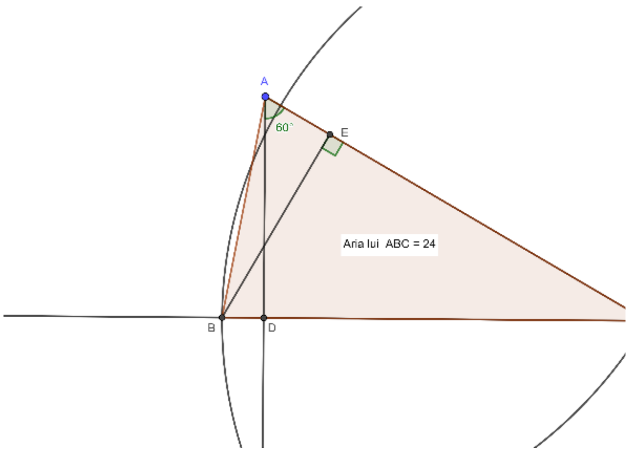


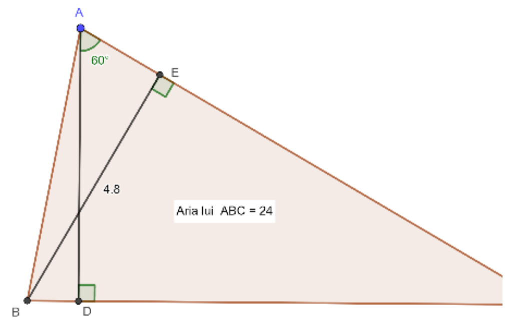
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

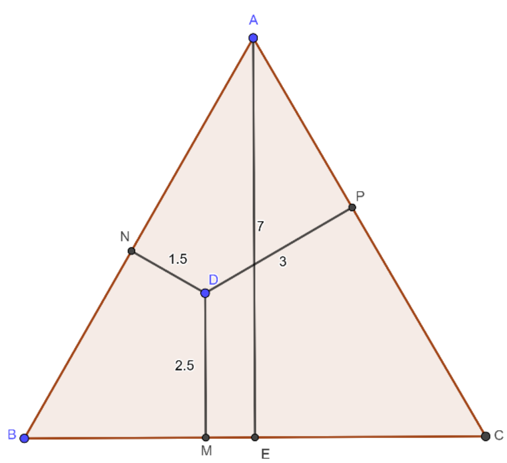
Kerületek és területek

1. Az ABC általános háromszögben megszerkesztjük az AD ⊥ BC, D ∈ (BC) magasságot. Ha $m(\sphericalangle DAC) = 60°$, BC = 9,6 cm és AC = 10 cm, határozzátok meg T_{ABC} és a B pont távolságát az AC-től.

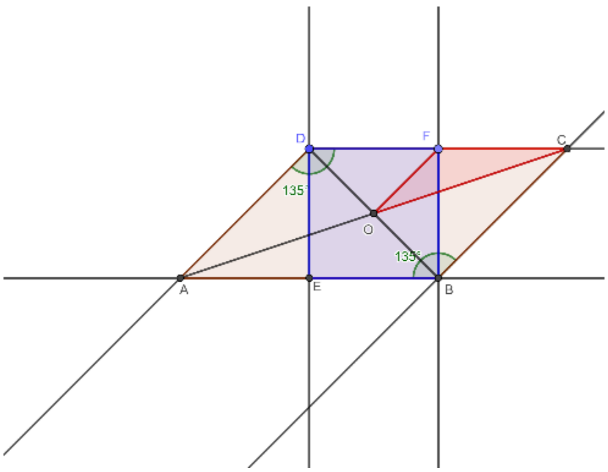


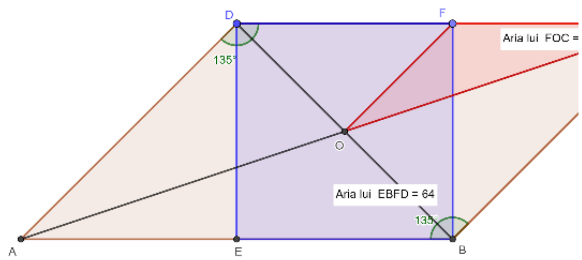


2. Igazoljátok, hogy egy egyenlő oldalú háromszög belső tartományában levő pont oldalaktól való távolságainak összege állandó és egyenlő a háromszög magasságának hosszával. (Viviani tétele)



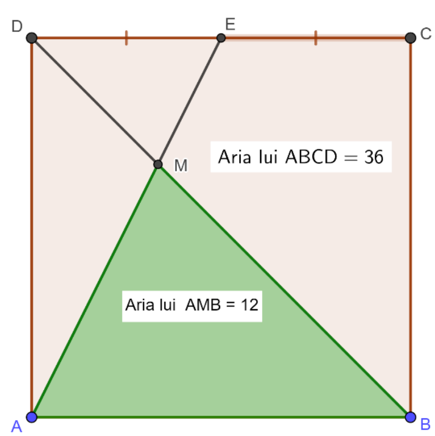
3. Az ABCD paralelogrammában $m(\sphericalangle D) = 135^o$, megszerkesztjük a DE ⊥ AB, E ∈ (AB) és BF ⊥ DC, F ∈ (DC) magasságokat. Ha DF = 8 cm és AB = 2DF, akkor:
a) Határozzátok meg a DEBF négyszog területét;
b) Határozzátok meg az FOC háromszög területét, ha AC ∩ BD = {O}.





4. Az $ABCD$ négyzetben, E a CD oldal felezőpontja. Ha $AE \cap BD = \{M\}$, határozzátok meg AMB háromszög területének és az $ABCD$ négyzet területének arányát

Ábra:



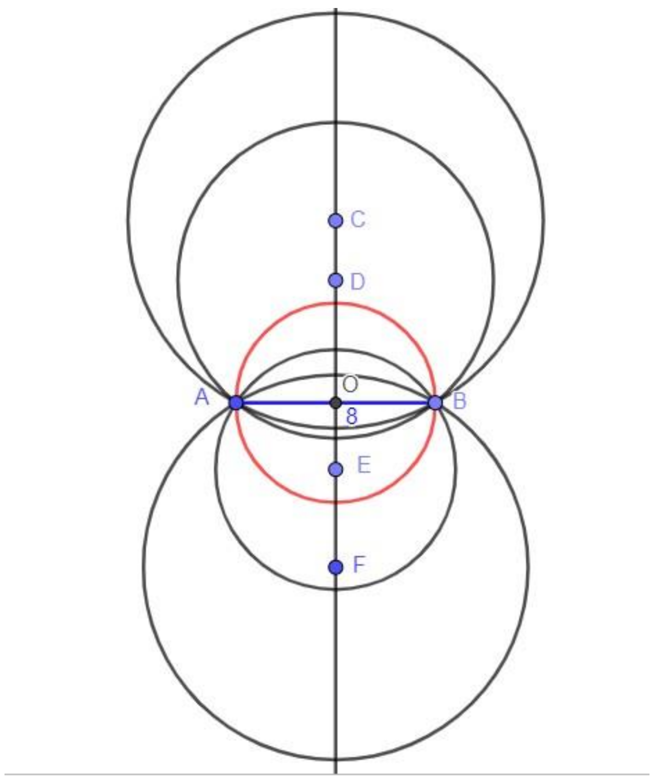
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

A KÖR

Körívek és húrok, tulajdonságok: kongruens körívekhez kongruens húrok tartoznak és fordítva, húrra merőleges átmérő, párhuzamos húrok közé eső körívek, középponttól egyenlő távolságra levő húrok

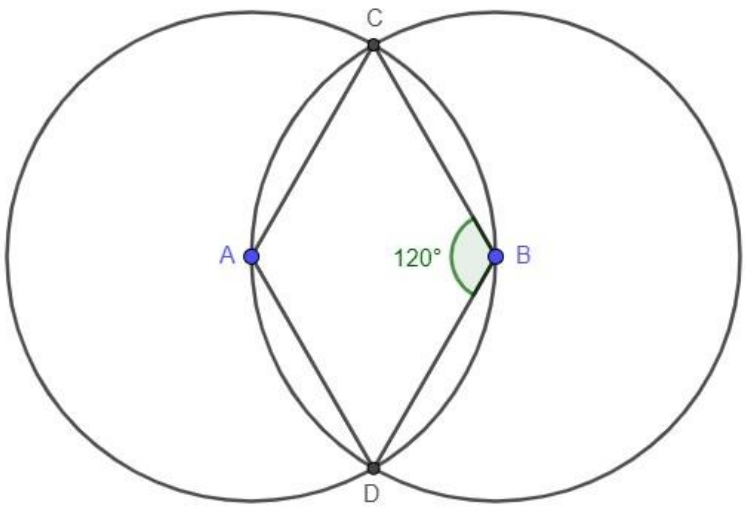
1. Adott az AB 8 cm hosszúságú szakasz, szerkesszetek több olyan kört, amely áthalad az A és B pontokon. Mekkora a legkisebb kör sugara?



GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

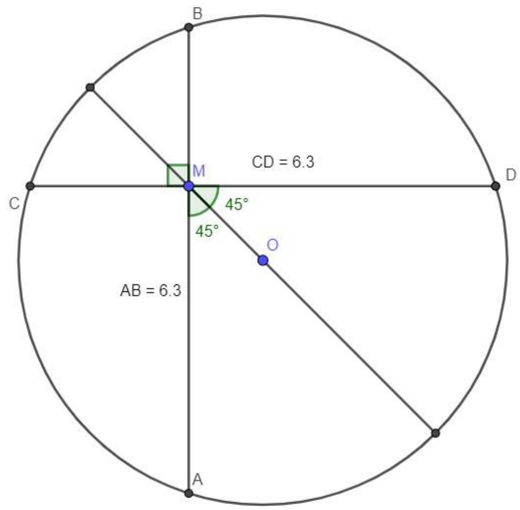
2. Adottak az A és B középpontú körök, úgy, hogy áthaladnak egymás középpontján. Határozzátok meg CAD és CBD körívek mértékét, tudva, hogy a két kör C-ben és D-ben metszi egymást.



GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

3. Legyen M egy kör belső pontja. Szerkesszetek két olyan húrt, amellyek áthaladnak az M ponton, kongruensek és merőlegesek egymásra.

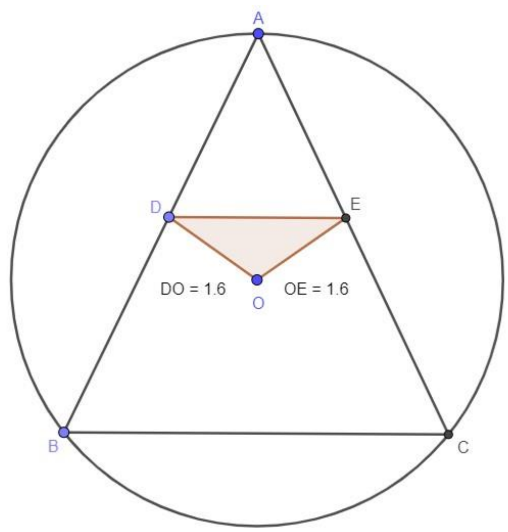


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

I félév

4. Legyenek az A, B és C pontok a $\mathcal{C}(O, r)$ kör olyan pontjai, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú legyen, BC alappal. Az [AB] és [AC] szárakon felvesszük a D és E pontokat úgy, hogy [DB] ≡ [EC]. Igazoljátok, hogy az ODE háromszög egyenlő szárú.

Ábra:

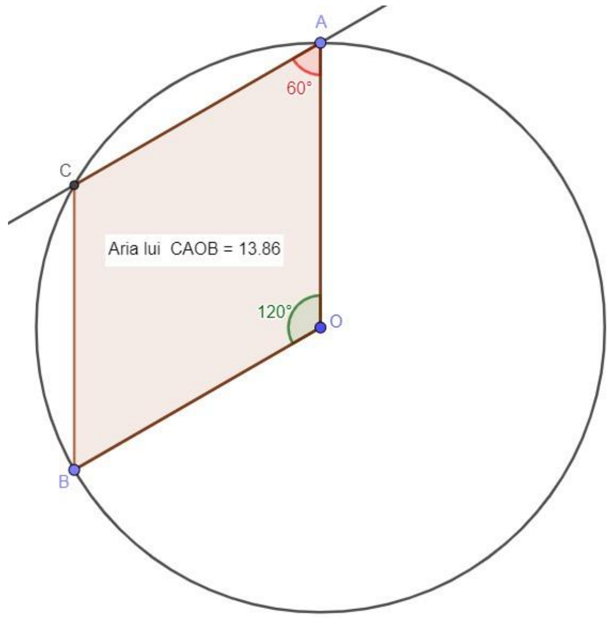


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

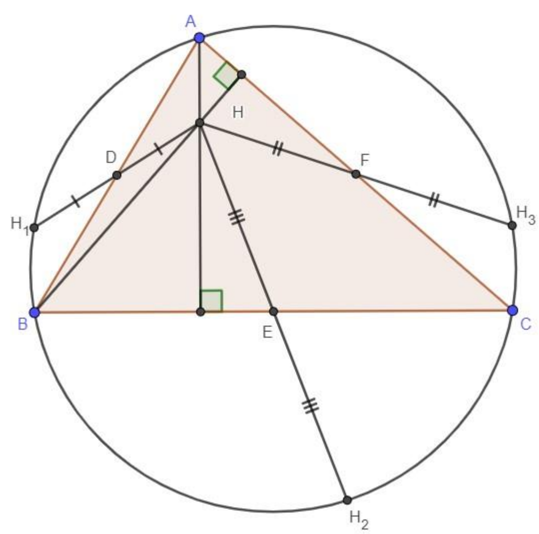
I félév

Középponti szögek

1. A $\mathcal{C}(O,4)$ körben az [AB] húrhoz egy 120^{o}-os körív tartózik. Az A ponton áthaladó BO-val párhuzamos egyenes a kört a C pontban metszi. Határozzátok meg a CAO szög mértékét és a CAOB négyszög területét.

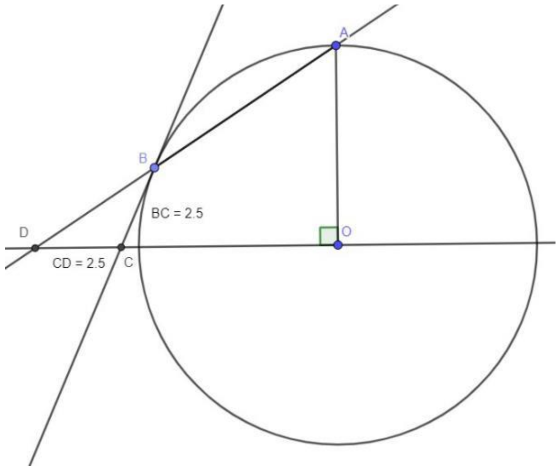


2. Igazoljátok, hogy egy háromszög ortocentrumának, a háromszög oldalainak felezőpontjaihoz viszonyított szimmetrikusai a háromszög köré írható körön helyezkednek el.



Külső pontból körhöz húzott érintő

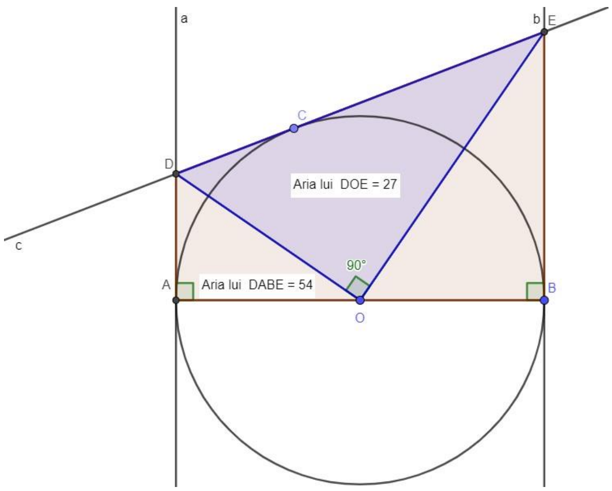
1. Legyen [AB] egy húr a körben. A B ponton keresztül érintőt húzunk a körhöz. Az [OA] sugárra merőleges húzott átmérő az érintőt a C pontban, az AB egyenest a D pontban metszi. Igazoljátok, hoyg [BC] ≡ [CD].



2. A $\mathcal{C}$(O,r) körön felvesszük az A, B és C pontokat úgy, hogy [AB] a kör átmérője legyen. Megszerkesztjük a kör a, b és c A, B és C pontjaiba húzott érintőit. Ha a ∩ c = {D} és b ∩ c = {E}, igazoljátok, hogy:

a) $T_{\text{DOE}} = \frac{1}{2} T_{\text{ABED}}$;

b) m(∢DOE) = 90°.



KÖNYVÉSZET

1. Perianu, M., Balica, I., Săvulescu, D. *Matematică, clasa a VII-a,* Editura ART Educațional, București, 2018.

2. Gologan R., Neța C., Vrînceanu G. *Matematică, Manual pentru clasa a VII-a,* Grup editorial Corint.

3. Eugen Predoiu-*Gazeta matematică, Supliment cu exerciții,* octombrie 2018.

4. Hollinger A. *Geometrie, Manual pentru clasa a VII-a,* Editura Didactică și Pedagocică, București 1977.