GeoGebra segítségével bizonyított feladatok

VII. osztály

II. félév

A Digitaliada programban résztvevő iskolák matematika tanárai által összeállított kiadvány, koordinálta Adina Roșca Oktatási Szakértő

Digitaliada Fundația orange

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

II. Félév

Cuprins

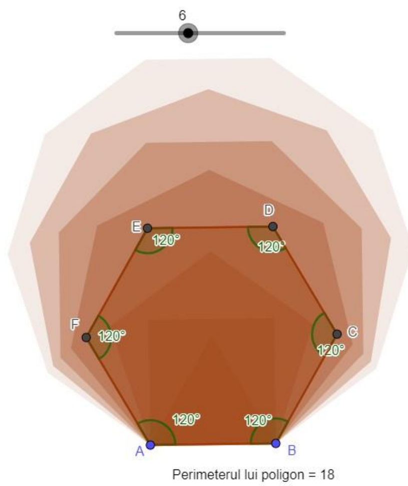
A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

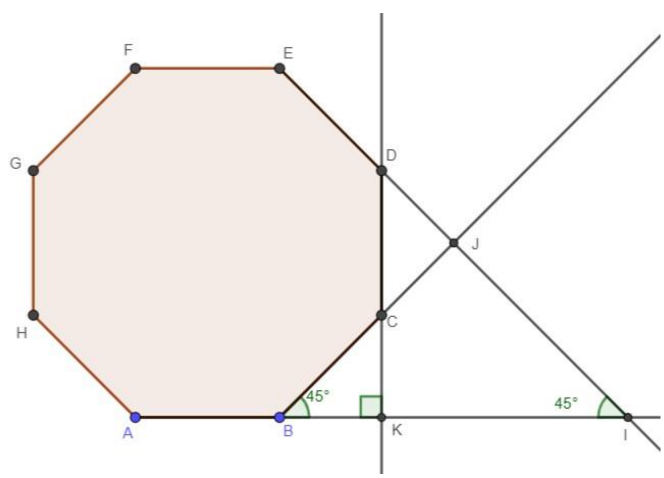
II. Félév

SZABÁLYOS SOKSZÖGEK
Körbe írható szabályos sokszögek

1. Határozzátok meg egy n oldalú $(3 \leq n \leq 10)$ szabályos sokszög kerületét és a szögeinek mértékét, ha az oldala 3 *cm*.



2. Határozzátok meg egy szabályos nyolcszög egyik oldalának tartóegyenese és a többi oldal tartóegyenese által alkotott szögek mértékét.



A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

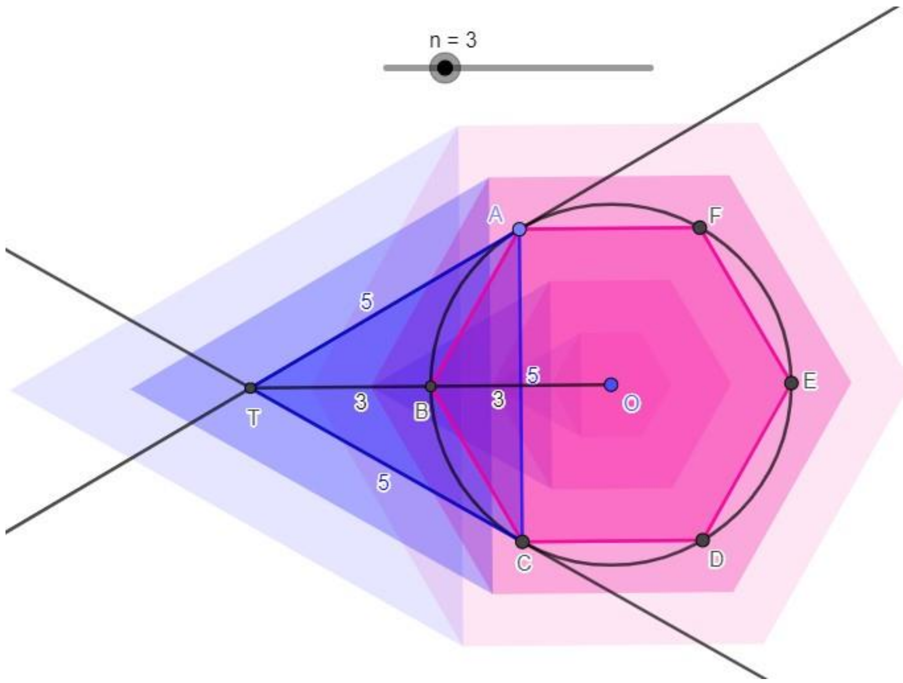
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

II. Félév

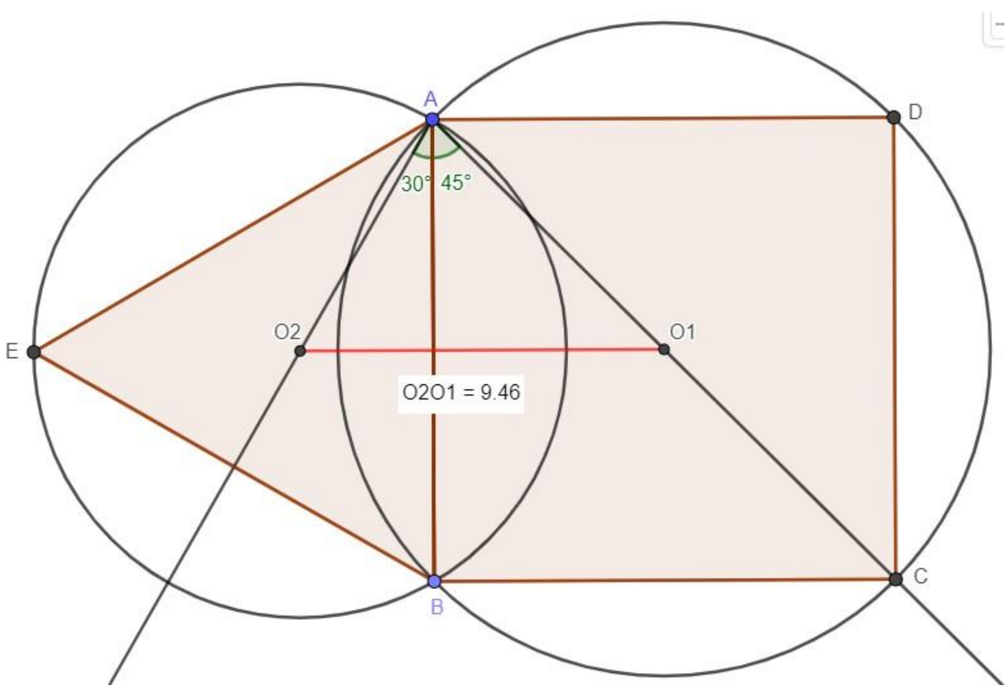
3. $ABCDEF$ a $\mathcal{C}(O,r)$ körbe írható szabályos hatszög. A kör A és C pontjaiba húzott érintők a T pontban metszik egymást. Igazoljátok, hogy:

a) TAC Szabályos sokszög;

b) $OB = BT$.



4. Az O_1 és O_2 középpontú metsző köröknek közös húrja az $[AB]$. Ha tudjuk, hogy $AB = 12\,cm$ és $[AB]$ az O_1 középpontú körbe írt négyzet oldala, illetve az O_2 középpontú körbe írt egyenlő oldalú háromszög oldala, határozzátok meg az O_1O_2 távolságot. (megközelítés két tizedesnyi pontossággal)



GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

II. Félév

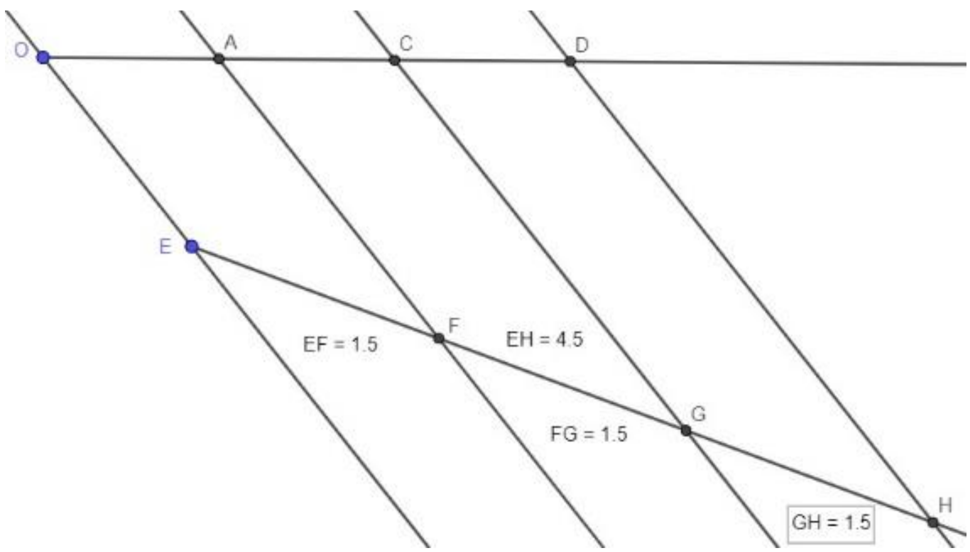
HÁROMSZÖGEK HASONLÓSÁGA

Arányos szakaszok. Az egyenlő közű párhuzamosok tétele.

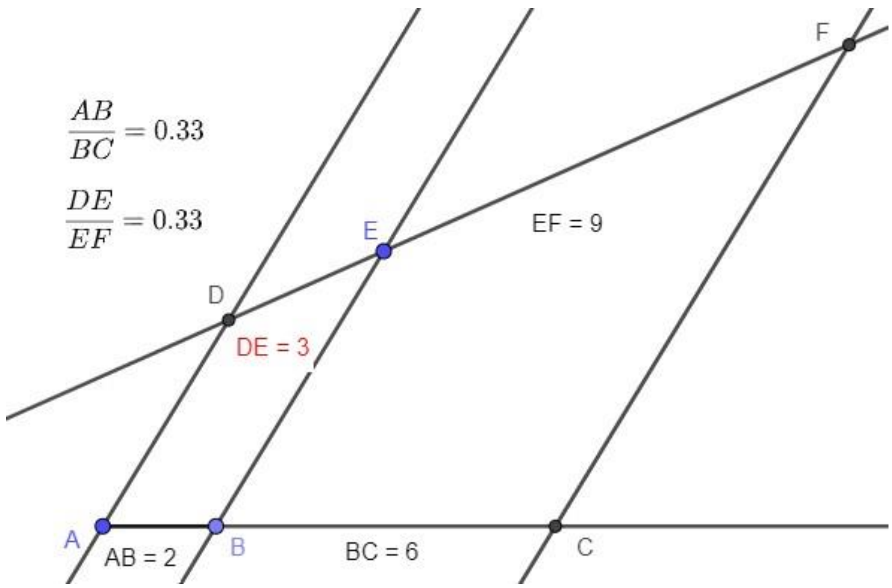
1. Az O kezdőpontú félegyenesen felvesszük az A, B, C pontokat úgy, hogy $OA = 1\ cm, OB = 2\ cm, OC = 3\ cm$. Az O, A, B, C pontokon áthaladó párhuzamos egyenesek egy tetszőleges egyenest az E, F, G és H pontokban metszenek úgy, hogy $EF = 1{,}5\ cm$.

a) Igazoljátok, hogy G az FH szakasz felezőpontja

b) Határozzátok meg az EH szakasz hosszát



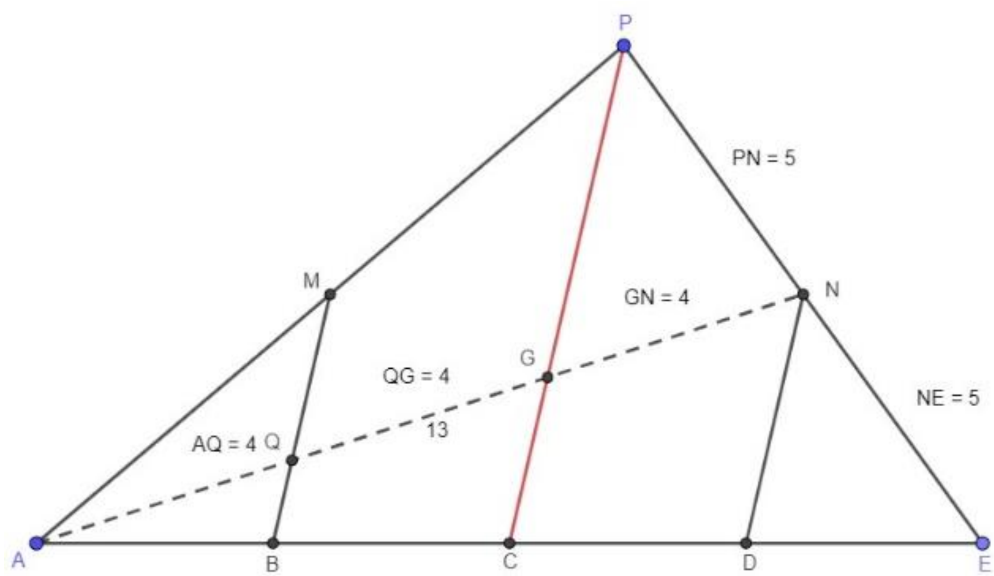
2. Az A, B, C pontok az a egyenes pontjai úgy, hogy $AB = 2\text{ cm}, BC = 6\text{ cm}$, valamint a D, E és F pontok a b egyenes pontjai úgy, hogy $EF = 9\text{ cm}$ és az $[AB]$ és $[BC]$ szakaszok arányosak a $[DE]$ és $[EF]$ szakaszokkal. Határozzátok meg a $[DE]$ szakasz hosszát.



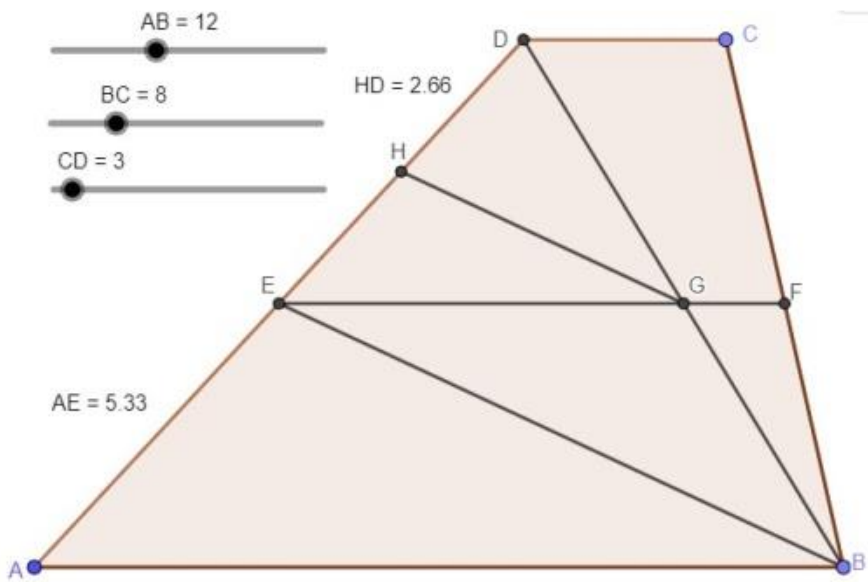
3. Az A, B, C, D és E pontok kollineárisak ebben a sorrendben, és $AB = BC = CD = DE$, a P pont pedig az AB egyenesen kívűl helyezkedik el. A B ponton átmenő, a PC-hez húzott párhuzamos az AP egyenest az M pontban metszi, valamint a D ponton áthaladó PC-hez húzott párhuzamos a PE egyenest az N pontban metszi.

a) Igazoljátok, hogy AN az AEP háromszög oldalfelezője.

b) Ha $BM \cap AN = \{Q\}$ és $PC \cap AN = \{G\}$, igazoljátok, hogy $AQ = QG = GN$.



4. Az $ABCD$ trapézban $AB \parallel CD$, az EF $(F \in AD \text{ și } F \in BC)$ középvonal a BD átlót a G pontban metszi, valamint $GQ \parallel BH, H \in AD$. Igazoljátok, hogy $AE = 2 \cdot DH$.



Digitaliada

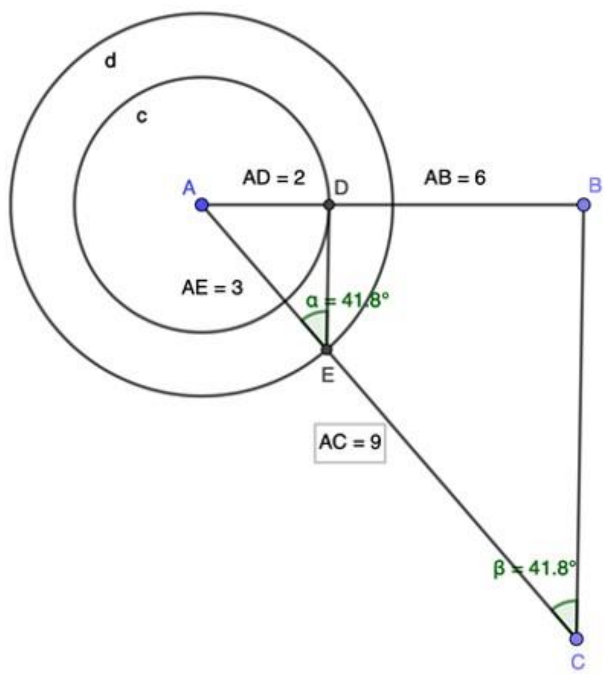
Fundația orange

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

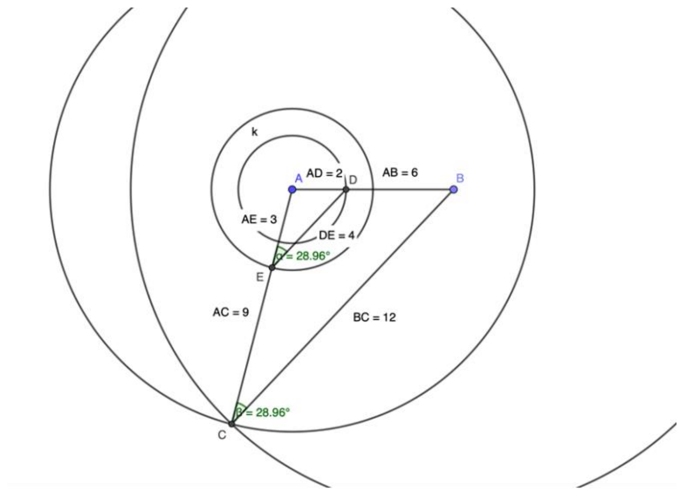
II. Félév

Thales tétele

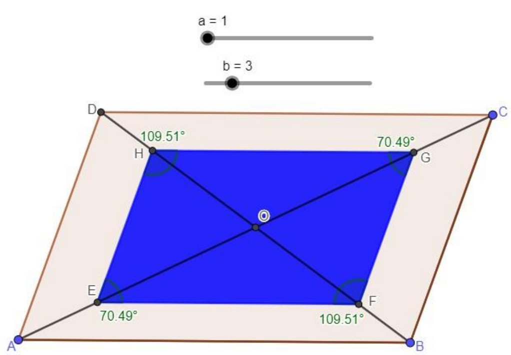
1. Adott az ABC háromszög, amelyben $= 6\,cm,\ AC = \ 9\,cm$, valamint a D és E, $D \in (AB)$, $E \in (AC)$ olyan pontok, hogy $AD = 2\,cm$ és $AE = 3\,cm$. Vizsgáljátok meg, hogy $DE \parallel BC$?



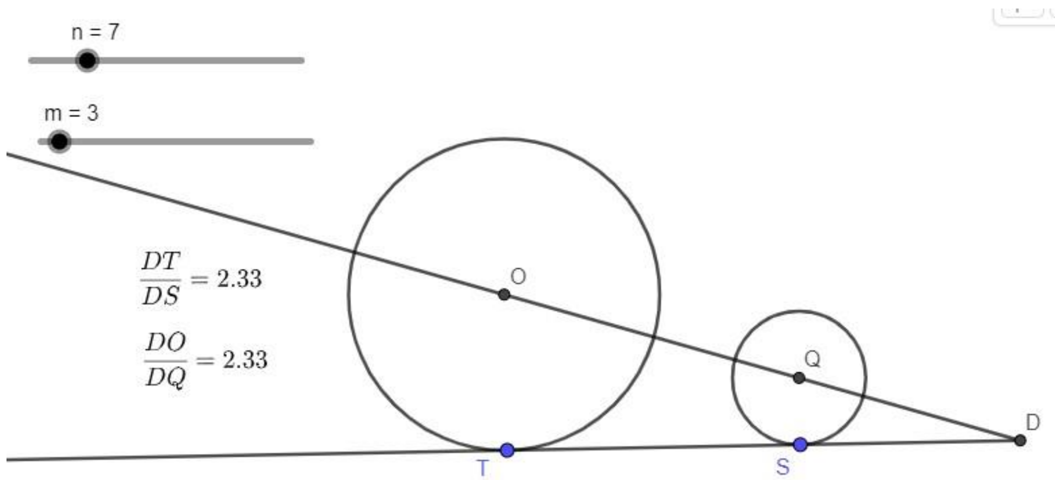
2. Az előbbi feladat adatai mellett, ha még tudjuk, hogy $BC = 12\ cm$, igazoljátok, hogy $DE = 4\ cm$.



3. Az $ABCD$ paralelogrammában az E, F, G és H pontok az AO, BO, CO és DO szakaszokat ugyanolyan arányban osztják fel. Igazoljátok, hogy $EFGH$ paralelogramma.



4. Az *a* egyenes az O és Q középpontú köröket a T és S pontokban érinti. Ha $\{D\} = TS \cap OQ$, Igazoljátok, hogy $\frac{DT}{DS} = \frac{DO}{DQ}$.

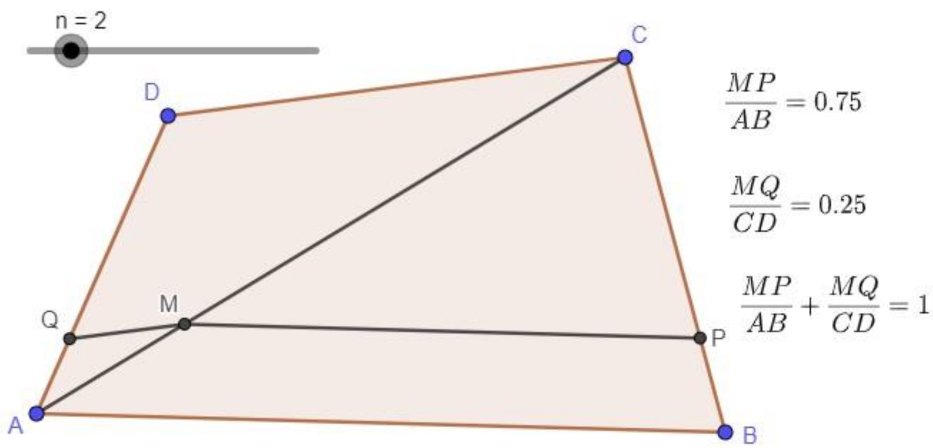


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

II. Félév

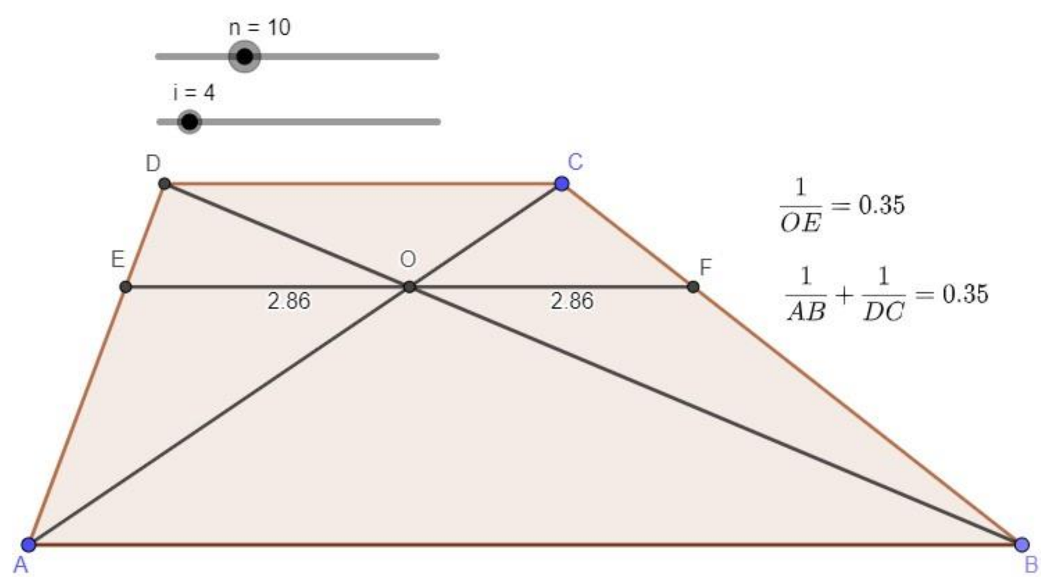
Háromszögek hasonlósága

1. Fie M un Pont pe diagonala AC a patrulaterului convex $ABCD$. Se duc $MP \parallel AB$, $P \in BC$ és $MQ \parallel CD$, $Q \in AD$. Arătați că $\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD}$ = constant.
Az ABCD konvex négyszög AC átlóján legyen M egy tetszőleges pont. Megszerkesztjük a következő párhuzamosokat: $MP \parallel AB$, $P \in BC$ és $MQ \parallel CD$, $Q \in AD$. Igazoljátok, hogy $\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD}$ állandó.



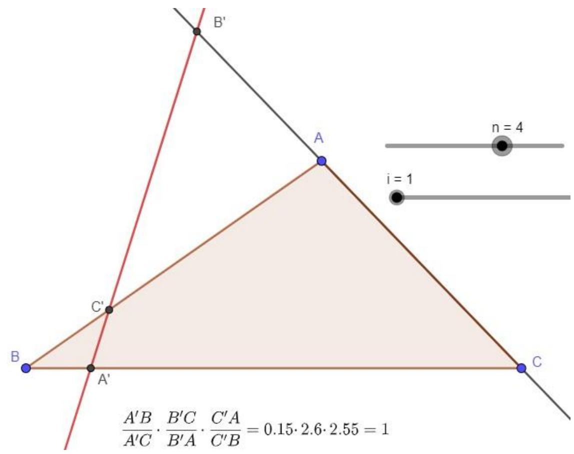
2. Legyen O egy $ABCD$ trapéz átlóinak metszéspontja. Az O ponton keresztül az alapokhoz húzott párhuzamos az $[AD]$ és $[BC]$ oldalakat az E és F pontokban metszi. Igazoljátok, hogy:

   a) $[OE] \equiv [OF]$
   b) $\frac{1}{OE} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}$



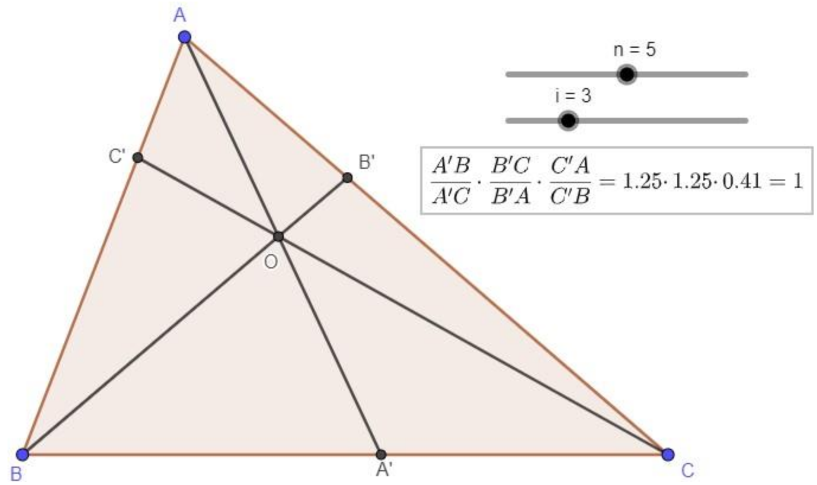
3. (**Menelaus tétele**) Legyen ABC egy háromszög és *d* egy olyan egyenes amely nem megy át az A, B vagy C ponton. Ha a *d* egyenes a BC, CA, AB egyeneseket az A’, B’, C’ pontokban metszi, akkor

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$$



4. (**Ceva tétele**) Legyen az ABC háromszög. És $A' \in (BC), B' \in (CA), C' \in (AB)$. Ha az AA', BB', CC' egyeneseknek egyetlen közös pontjuk van O, akkor:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$$

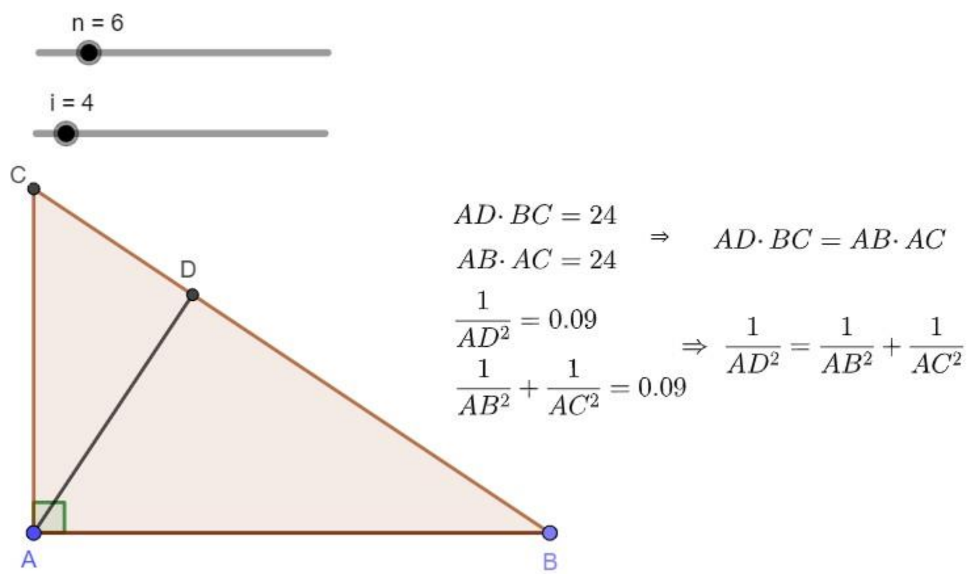


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

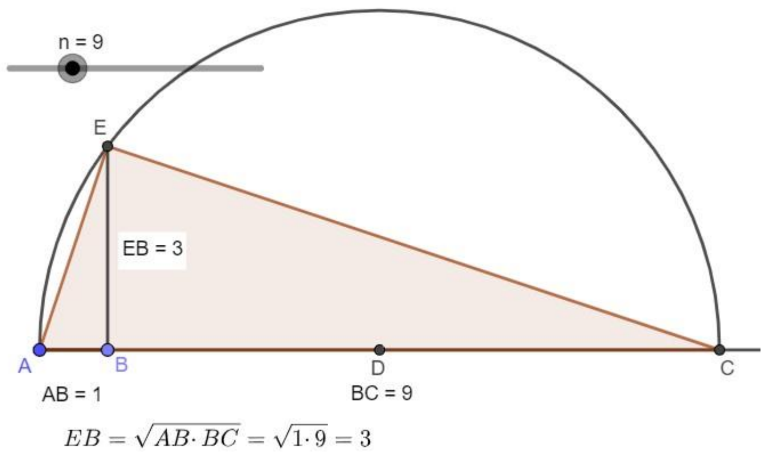
II. Félév

Metrikus összefüggések a derékszögű háromszögben
A magasság tétele

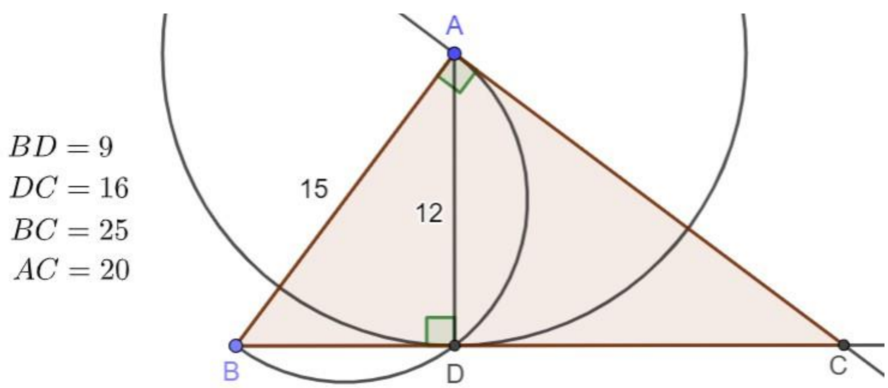
1. Legyen ΔABC derékszögű A-ban. $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Igazoljátok, hogy:
   a) $AD \cdot BC = AB \cdot AC$;
   b) b) $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$



2. Ha n egy terészetes szám, $n \geq 2$, szerkesszetek egy $\sqrt{n}$ hosszúságú szakaszt.



3. Az ABC háromszögben $m(\sphericalangle A) = 90°$ és $AD \perp BC$, $D \in BC$, $AB = 15\ cm$ és $AD = 12\ cm$. . Határozzátok meg a BD, DC, BC és AC szakaszok hosszát

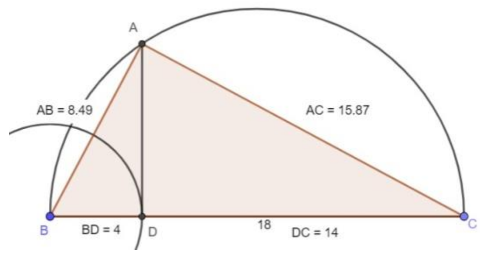


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

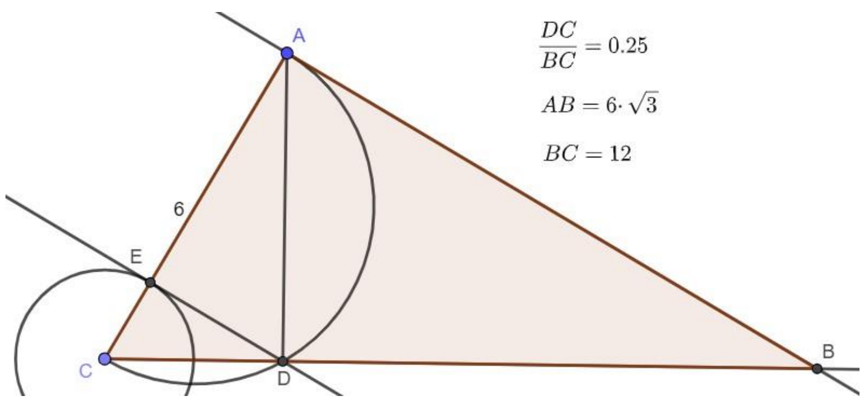
II. Félév

A befogó tétele

1. Az ABC háromszögben $m(\sphericalangle A) = 90°$ és $AD \perp BC$, $D \in BC$, $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{7}$ és $BC = 18\,cm$. Határozzátok meg BD, DC, AC és AB szakaszok hosszát (két tizedesnyi pontossággal)

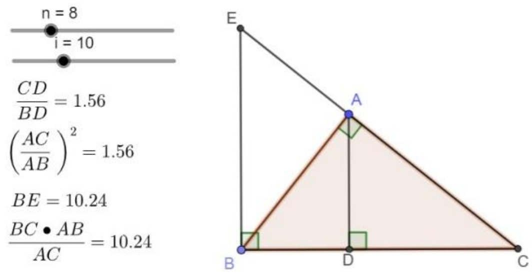


2. Az ABC háromszögben $m(\sphericalangle A) = 90°$ és $AD \perp BC$, $D \in BC$, $\frac{DC}{BC} = \frac{1}{4}$ és $AC = 6\,cm$. Határozzátok meg a BC és AB szakaszok hosszát.



3. În ABC háromszögben $m(\sphericalangle A) = 90°$ és $AD \perp BC$, $D \in BC$. A B pontban merőlegest emelünk a BC-re E-vel jelöljük a merőleges és az AC metszéspontját. Igazoljátok, hogy:

a) $\frac{CD}{BD} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2$ b) $BE = \frac{BC \cdot AB}{AC}$

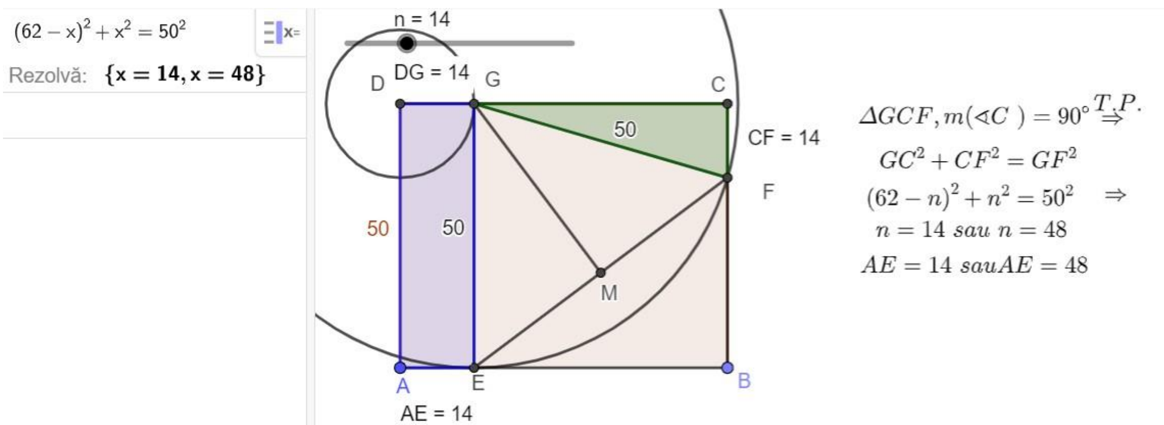


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VII. osztály

II. Félév

Pitágorász tétele

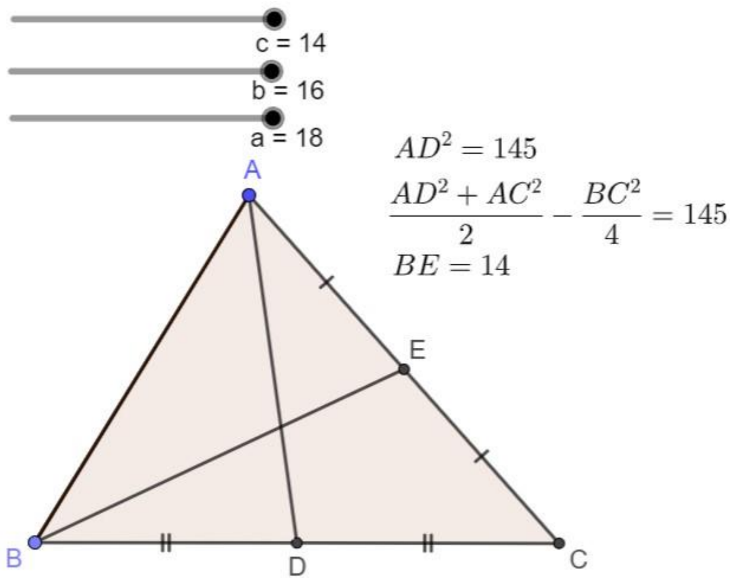
1. Az $ABCD$ téglalapban $AB = 62\ cm$ és $BC = 50\ cm$, és legyenek a következő pontok: $E \in (AB), F \in (BC), G \in (CD)$ úgy, hogy $AE = FC = GD$, és $M \in (EF)$ úgy, hogy $EM = MF$. Ha a GM az EF szakasz felezőmerőlegese határozzátok meg az $[AE]$ szakasz hosszát.



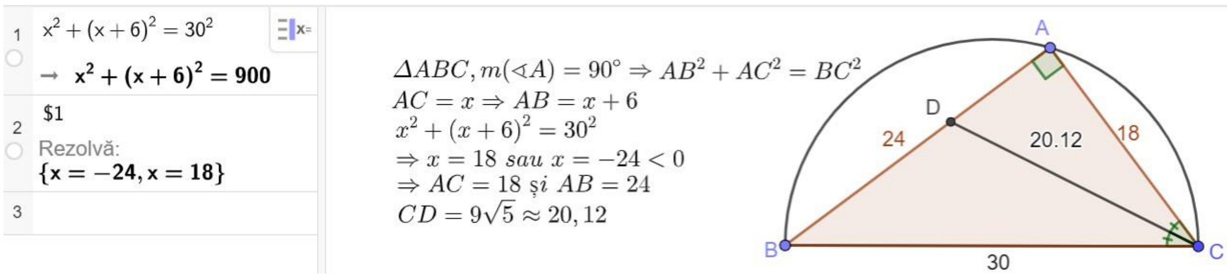
2. Az ABC háromszögben AD és BE oldalfelezők.

a) Igazoljátok, hogy $AD^2 = \frac{AB^2+AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$ (Oldalfelező tétele);

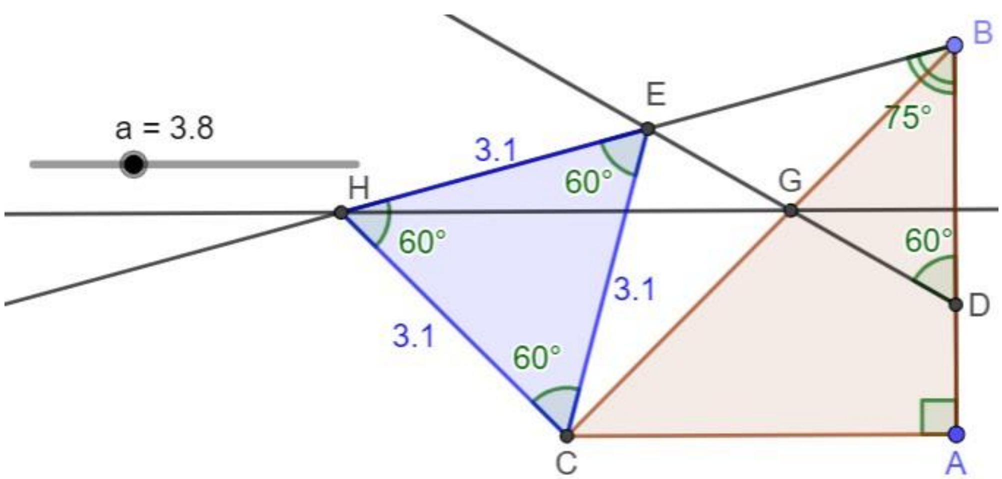
b) Ha $AB = 14\ cm, AC = \ 16\ cm$ és $BC = 18\ cm$, határozzátok meg BE szakasz hosszát



3. Az ABC háromszög A-ban derékszögű. $D \in (AB)$ úgy, hogy $\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle BCD$. Ha $AB - AC = 6\ cm$ és $BC = 30\ cm$, határozzátok meg a $[CD]$ szakasz hosszát.



4. Adott az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög, $m(A) = 90$, és $D \in (AB)$ úgy, hogy $AD = \frac{1}{3}AB$. Az *AB* egyenes és a C pont által alkotott félsíkban felvesszük az E pontot úgy, hogy $m(\sphericalangle BDE) = 60°$ és $m(\sphericalangle DBE) = 75°$. A BC és DE egyenesek a G pontban metszik egymást, majd a G ponton keresztül az AC-hez húzott párhuzamos a *BE* egyenest a *H* pontban metszi. Igazoljátok, hogy a CEH háromszög egyenlő oldalú.



KÖNYVÉSZET

1. Negrilă, A., Negrilă, Maria, *Matematică , clasa a VII-a,* Editura Paralela 45, București, 2019.
2. Perianu, M., Balica, i., *Matematică, clasa a VII-a,* Editura Art Educațional, București, 2019
3. Pop, C.P., Pop, Simona, *Olimpiada satelor din România pentru clasele VI-VIII,* Editura Nomina, Pitești, 2018.
4. ****Matematică, Manual pentru clasa a VII-a,* Editura Sigma,București, 2019.
5. ***http://mate.info.ro/acasa.html