Digitaliada

Fundația orange

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok

VIII. osztály

I. félév

A Digitaliada programban résztvevő iskolák matematika tanárai által összeállított kiadvány, koordinálta Adina Roșca Oktatási Szakértő

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

I FÉLÉV

Tartalom

A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

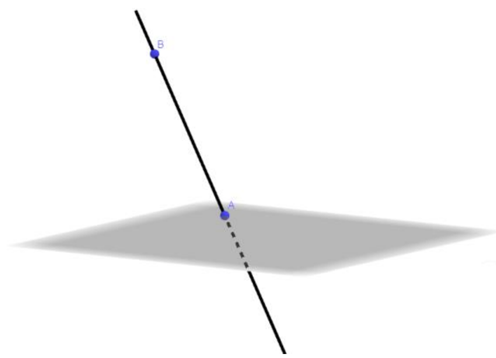
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

I FÉLÉV

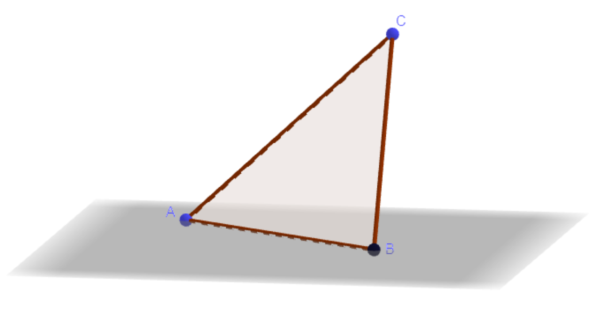
PONTOK, EGYENESEK, SÍKOK, TESTEK

Pontok, egyenesek, síkok: rajzolási és jelölési konvenciók

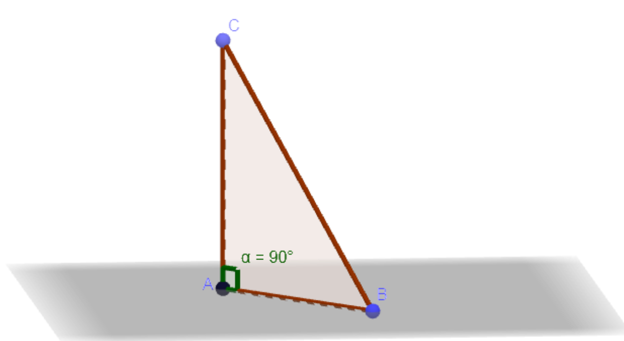
1. Ábrázoljátok:
   a) Az α síkot, az $A \in \alpha, B \notin \alpha$ pontokat, és az AB egyenest.



   b) Az α síkot, az $A \in \alpha, B \in \alpha, C \notin \alpha$ pontokat és az ABC háromszöget.

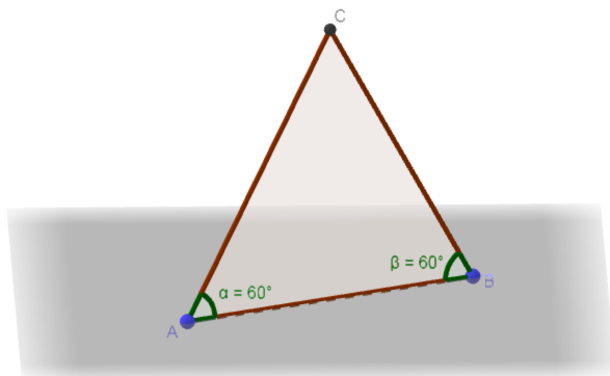


2. Ábrázoljátok:
   a) Az α síkot, az ABC háromszöget úgy, hogy $[AB] \subset \alpha$ és $C \notin \alpha$, valamint $m(\sphericalangle BAC) = 90°$.



A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

b) Az α síkot, az ABC egyenlő oldalú háromszöget úgy, hogy $[AB] \subset \alpha$ és $C \notin \alpha$.



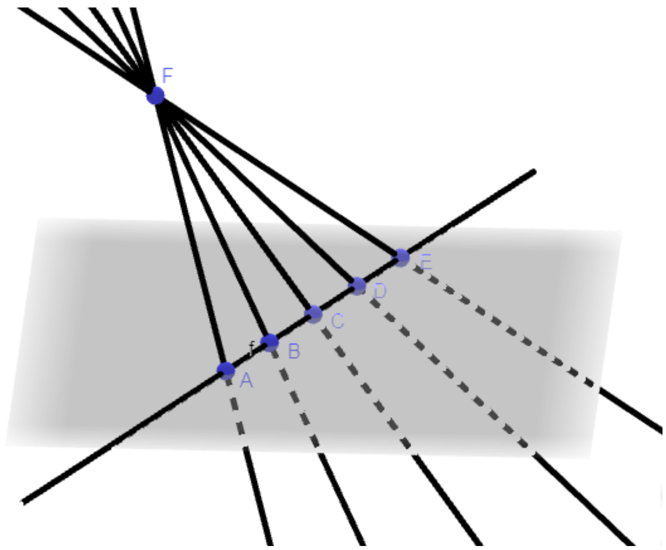
A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

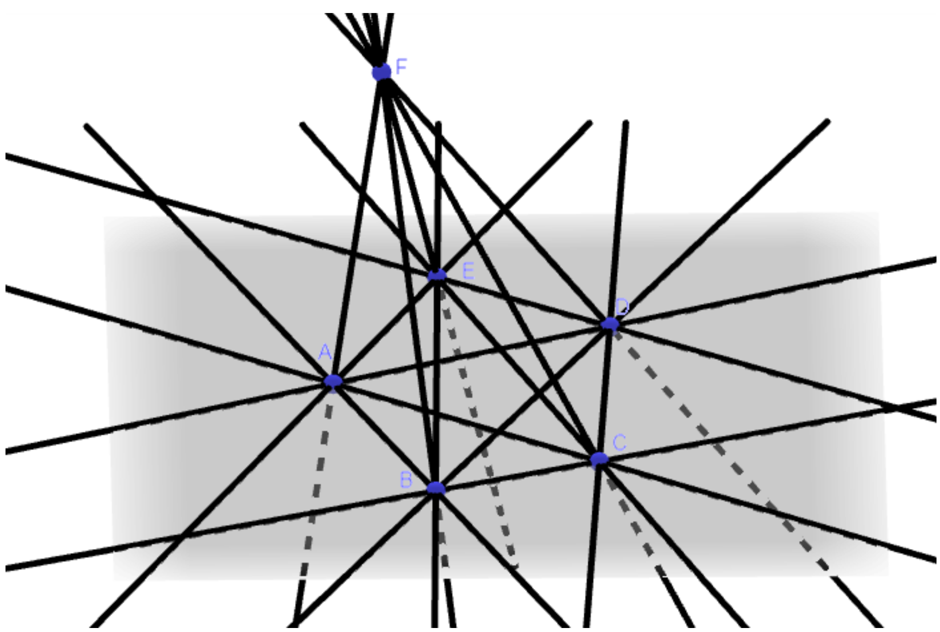
I FÉLÉV

Az egyenes meghatározása; a sík meghatározása

1. Adott egy síkban 5 különböző pont, A, B, C, D, E és egy F pont a síkon kívül.
   a) Legkevesebb hány olyan egyenes szerkeszthető amely átmegy legalább 2 ponton?
      Az A, B, C, D, E pontok kollineárisak, tehát 6 egyenest szerkeszthetünk.



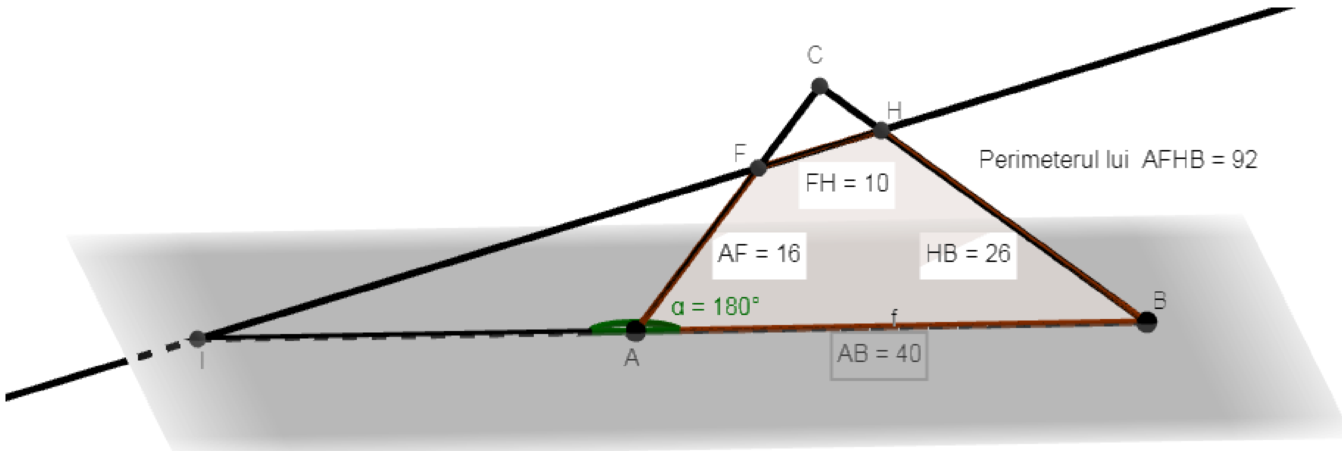
   b) Hát legtöbb ilyen egyenes?
      Bármely három A, B, C, D, E közüli pont nem kollineáris, tehát 15 egyenest szerkeszthetünk



GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

I FÉLÉV

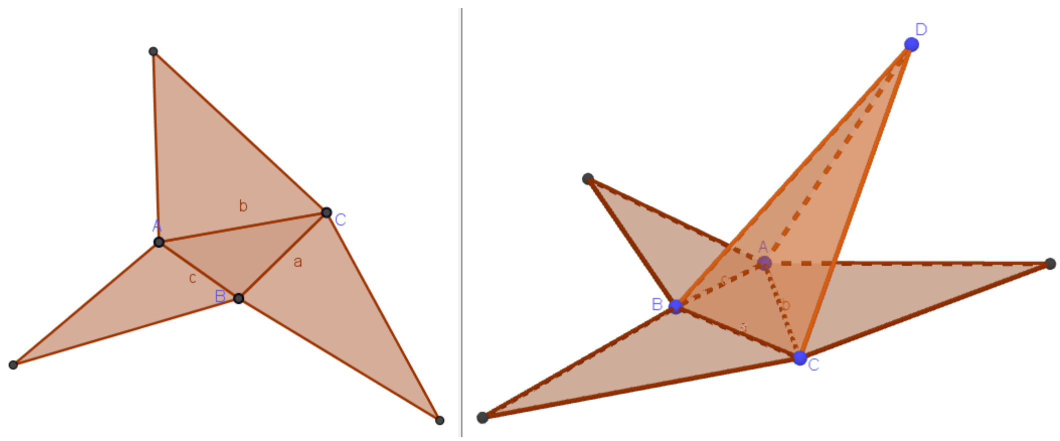
2. Adott az α sík és az ABC háromszög úgy, hogy $AB \subset \alpha$, $AB = 40\ cm, BC = 32\ cm$ és $AC = 24\ cm$. Legyen $F \in (AC),\ H \in (BC)$ úgy, hogy $CF = 8\ cm, CH = 6\ cm$.
   a) Ha $HF \cap \alpha = \{I\}$, Igazoljátok, hogy az I, A és B pontok kollineárisak.
   b) Határozzátok meg az $AFHB$ négyszög kerületét.



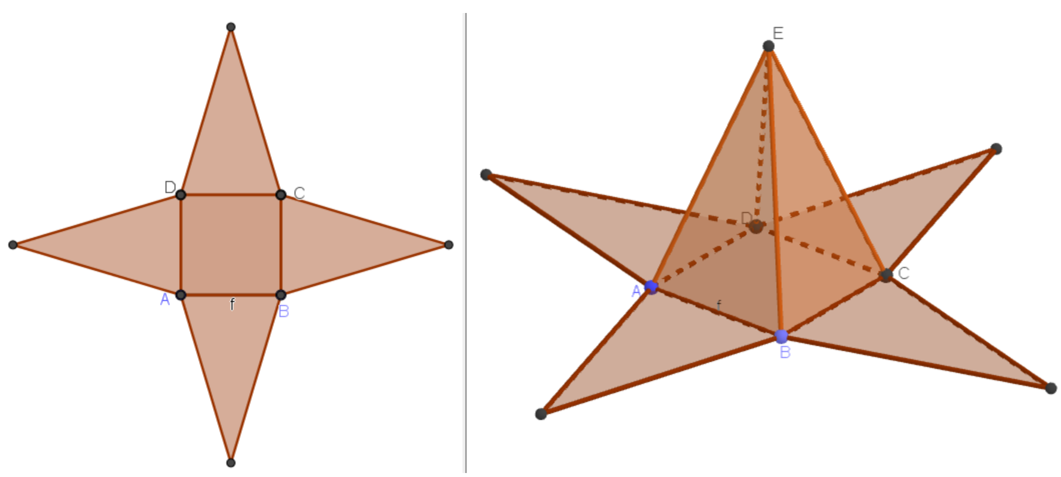
A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

A gúla: leírás és ábrázolás; a tetraéder

1. Szerkesszetek egy háromoldalú gúlát és ennek testhálóját.

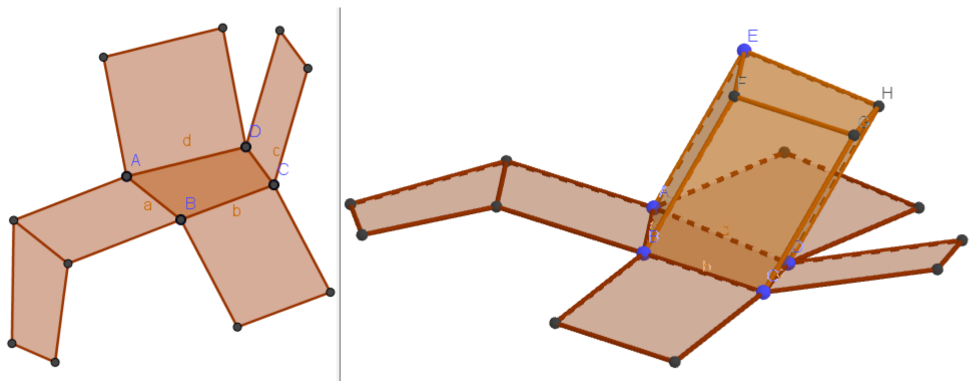


2. Szerkesszetek egy szabályos négyoldalú gúlát, amelynek alapja $AB = 5\ cm$ és magassága $8\ cm$. Készítsétek el a gúla testhálóját.

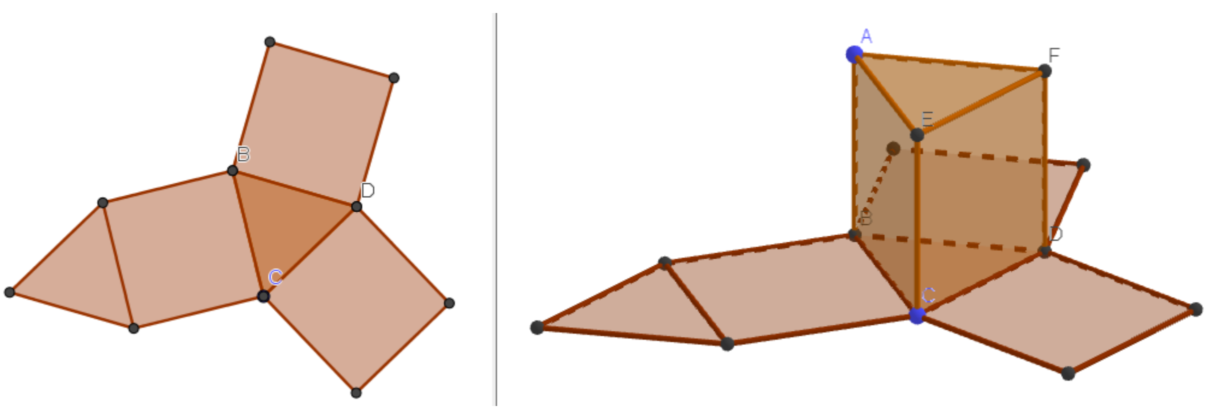


A hasáb: leírás és ábrázolás; a téglatest; a kocka

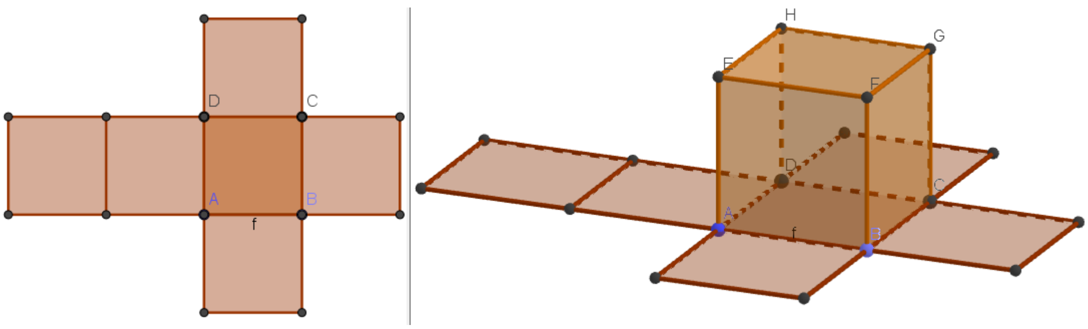
1. Szerkesszetek egy négyoldalú hasábot és készítsétek el a testhálóját .



2. Szerkesszetek egy szabályos háromoldalú hasábot és készítsétek el a hasáb testhálóját.



3. Szerkesszetek egy $6\ cm$ oldalhosszúságú kockát.



A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

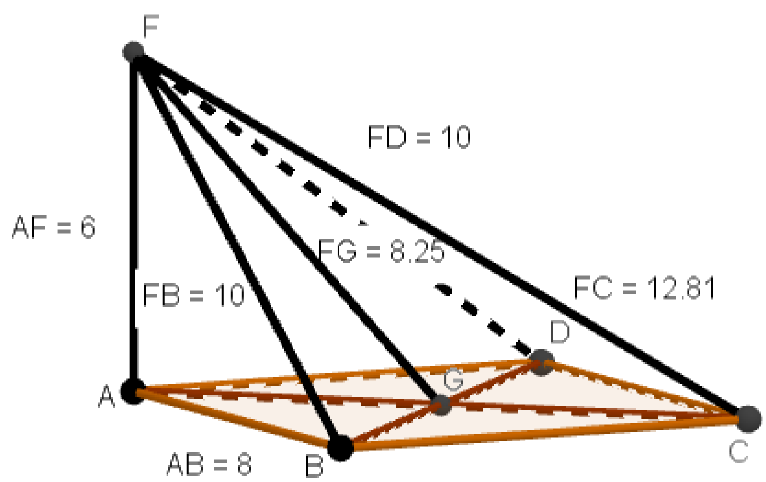
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

I FÉLÉV

PONTOK, EGYENESEK ÉS SÍKOK KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSEK

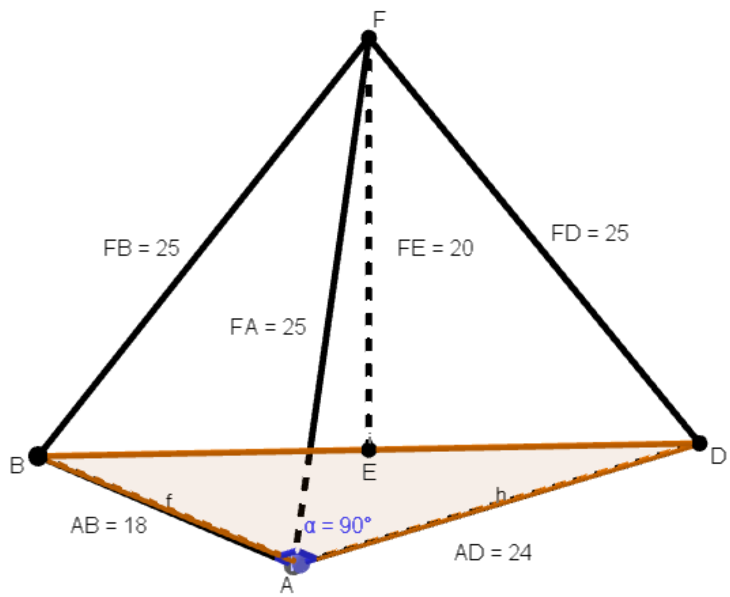
Síkra merőleges egyenes; pont és sík közötti távolság; gúla magassága

1. Az $ABCD$ AB=8 cm oldalhosszúságú négyzet síkjára az FA merőlegest emeljük, $AF = 6\ cm$. Határozzátok meg az FB, FC, FD és FG szakaszok hosszát, ha tudjuk, hogy G az $ABCD$ négyzet középpontja. (Az FC és FG szakaszok hosszát két tizedesnyi pontossággal határozzuk meg.)



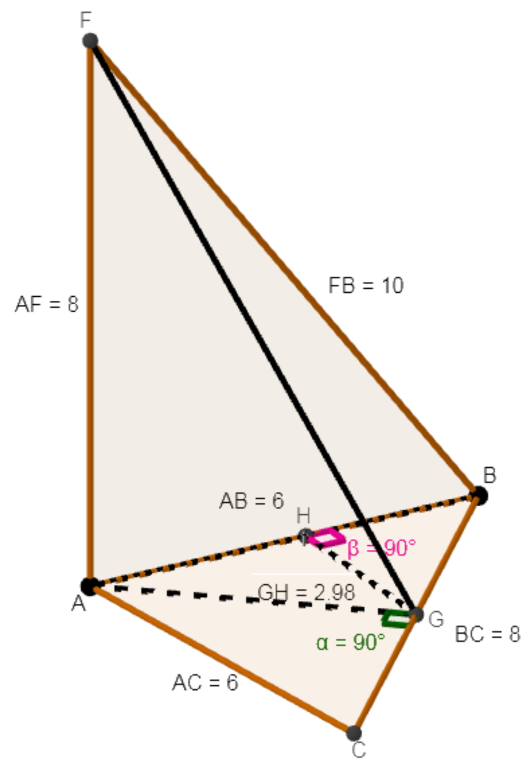
A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

2. Adott az ΔABD háromszög, amelyben $m(\sphericalangle A) = 90°$, és $AB = 18\ cm$ és $AD = 24\ cm$. A háromszögbe írt kör középpontjában az $FE = 20\ cm$ merőlegest emeljük a háromszög síkjára. Határozzátok meg az F pont távolságát az ΔABD háromszög csúcsaitól.



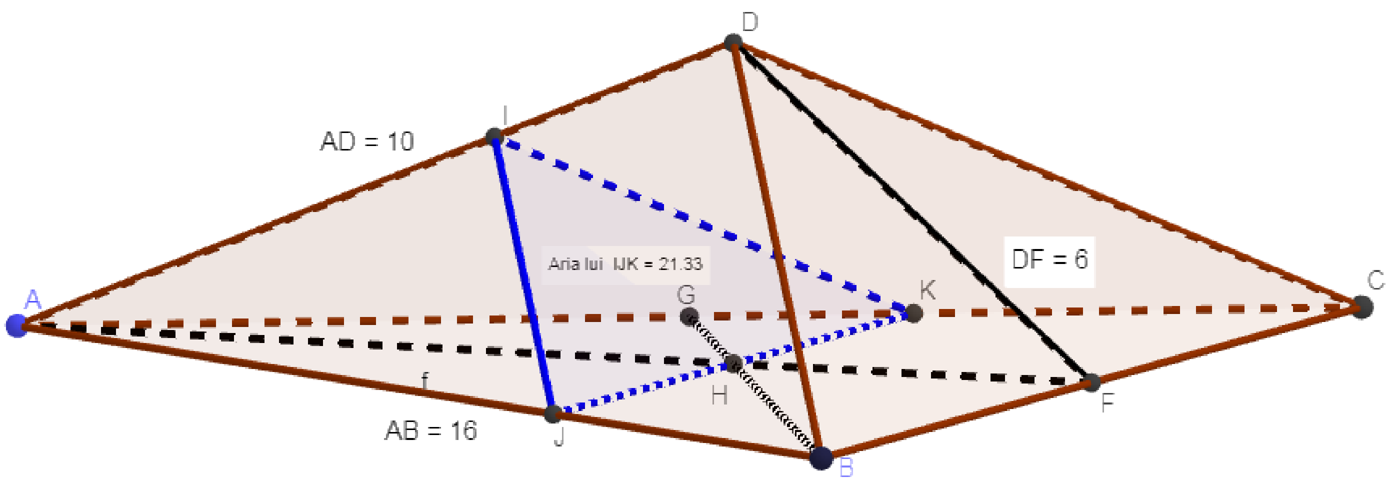
3. Az ABC egyenlő szárú háromszög síkjára az AF merőlegest emeljük. Ha tudjuk, hogy $AB = AC = 6\ cm$, valamint $BC = AF = 8\ cm$.

a) Határozzátok meg FB szakasz hosszát.
b) Igazoljátok, hogy $BC \perp (GAF)$, ha G a BC oldal felezőpontja;
c) Határozzátok meg $d(G, AB)$. (Két tizedesnyi pontossággal).



Az alappal párhuzamos síkmetszetek a tanult mértani testekben

1. Egy szabályos háromoldalú $DABC$ gúla alapja az ΔABC amelyben, $AB = 16\ cm$ és $DA = 10\ cm$. Legyen F a $[BC]$ felezőpontja
   a) Határozzátok meg a DF szakasz hosszát,
   b) Szerkesszetek egy (DBC) síkkal párhuzamos síkot, amely tartalmazza az ΔABC háromszög H középpontját. Határozzátok meg a $DABC$ gúlában kapott síkmetszet területét. (két tizedesnyi pontossággal)

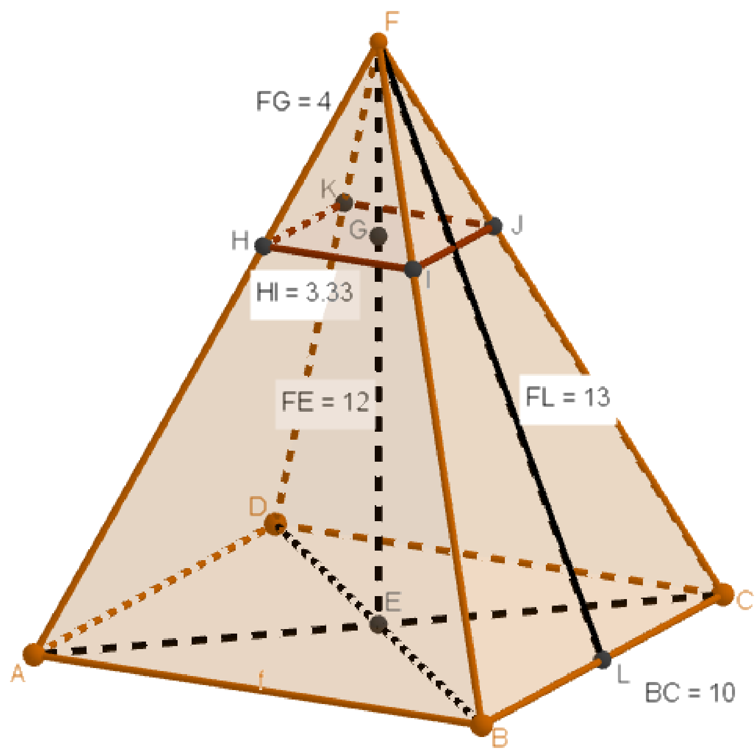


A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

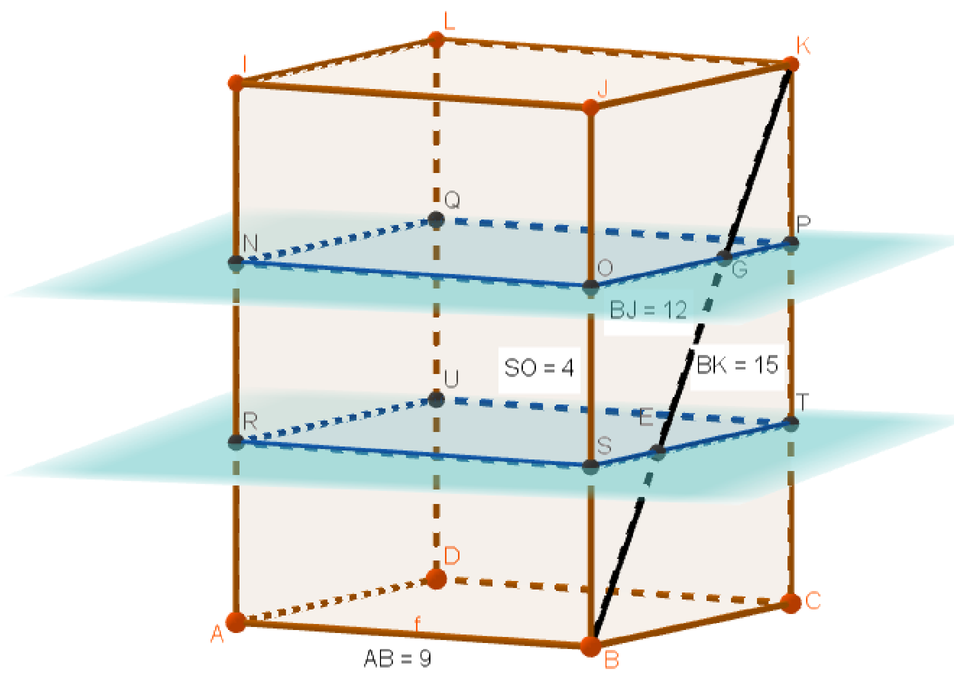
2. Adott az $FABCD$ szabályos négyoldalú gúla. Az FE magasságán felvesszük a G pontot. A G ponton keresztül párhuzamos síkot szerkesztünk a gúla alapjával, amely az $[FA], [FB], [FC]$ és $[FD]$ oldaléleket a H, I, J, valamint K pontokban metszi. Ha tudjuk, hogy $AB = 10\ cm, FE = 12\ cm$ és $FG = 4\ cm$, határozzátok meg:

a) HI szakasz hosszát (Két tizedesnyi pontossággal);

b) Az $FABCD$ gúla apotémájának hosszát.



3. Adott az $ABCDIJKL$ szabályos négyoldalú hasáb, amelyben $AB = 9\ cm$ és $BJ = 12\ cm$. A $[BK]$ szakaszon az E és G pontokat úgy, hogy $BE = EG = GK$. Az α és β síkok a hasáb alapjaival párhuzamos síkok, valamint $E \in \alpha$ és $G \in \beta$. Határozzátok meg:
   a) A BK szakasz hosszát;
   b) $d(\alpha, \beta)$.



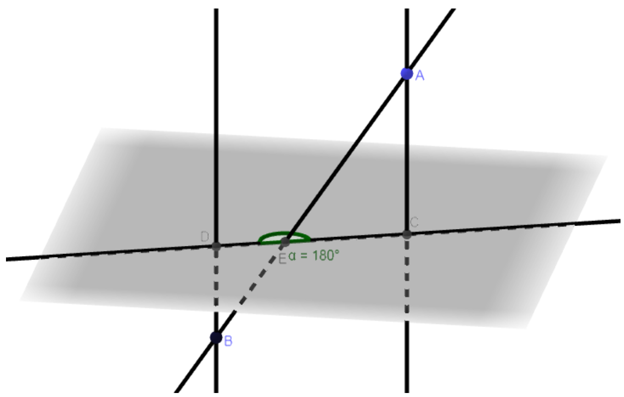
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

I FÉLÉV

MERŐLEGES VETÜLETEK A SÍKRA

Pontok, szakaszok és egyenesek merőleges vetületei a síkra

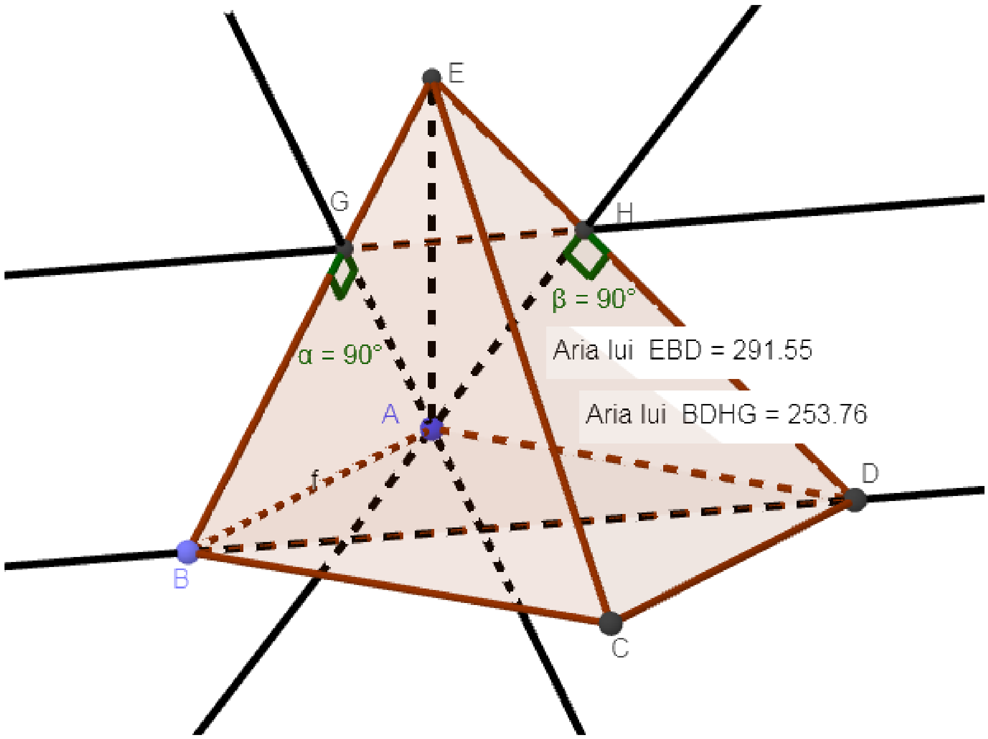
1. Legyenek az A és B az α sík két különböző oldalán elhelyezkedő pontok, valamint a C és D pontok A, és B vetületei az α síkra. Ha $AB \cap \alpha = \{E\}$, Igazoljátok, hogy a C, E és D pontok kollineaárisak.



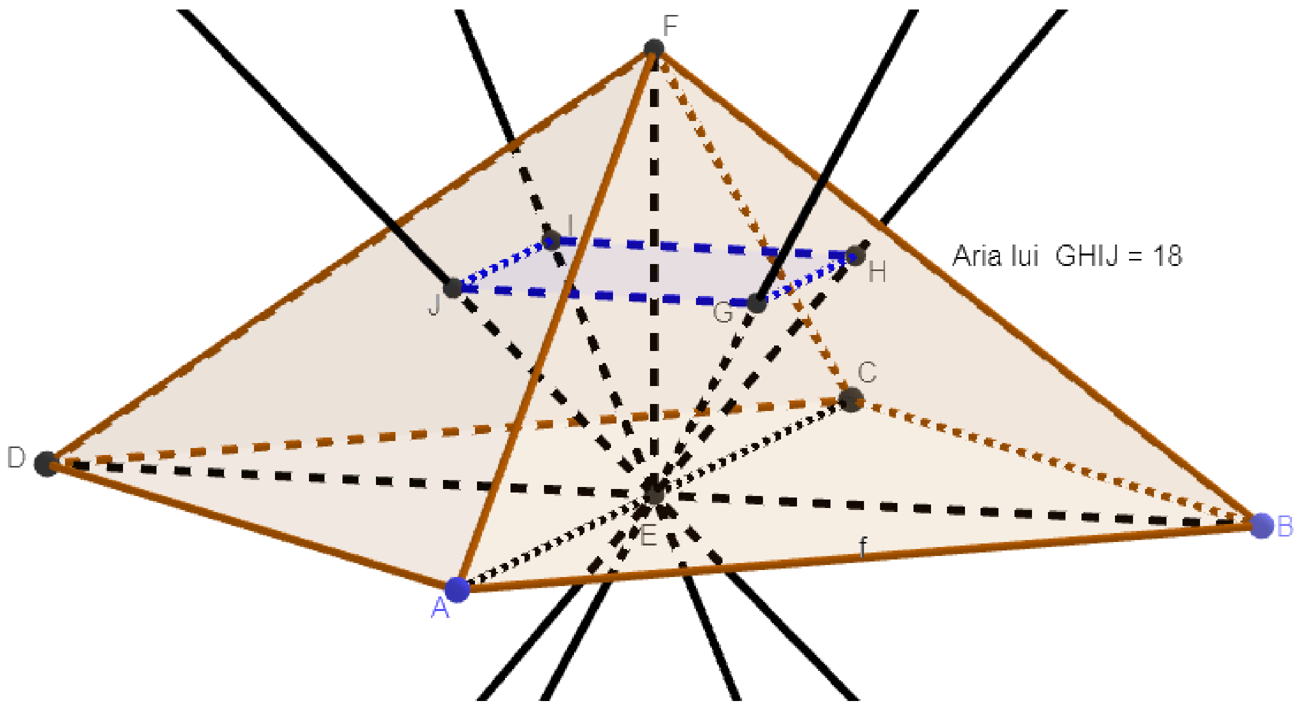
A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

I FÉLÉV

2. Legyen $ABCD$ egy négyzet, melynek oldala $AB = 20\ cm$. A négyzet síkjára az $EA = 15\ cm$ merőleges szakaszt emeljük. Jelöljük H és G-vel az A pont (EDC) és (EBC) síkokra eső vetületét.
   a) Igazoljátok, hogy a HG egyenes párhuzamos az (ABC) síkkal.
   b) Határozzátok meg az EBD háromszög és a $BDHG$ trapéz területét. (Két tizedesnyi pontossággal)



3. Legyen $FABCD$ egy szabályos négyoldalú gúla, amelynek alapja $12\ cm$ és a gúla magassága $FE = 6\ cm$. Ha G, H, I és J pontok az E pont vetületei a $(VAB), (VBC), (VDC)$ és (VAD) síkokra, határozzátok meg a (GHI) sík helyzetét a gúla alapjához viszonyítva, és határozzátok meg a $GHIJ$ négyszög területét.

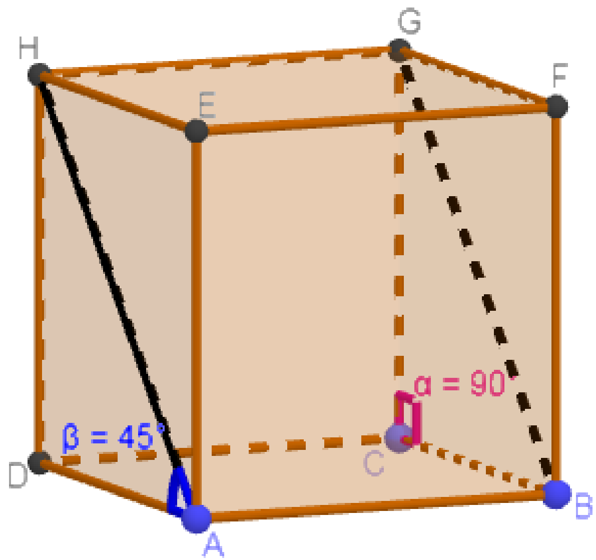


GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

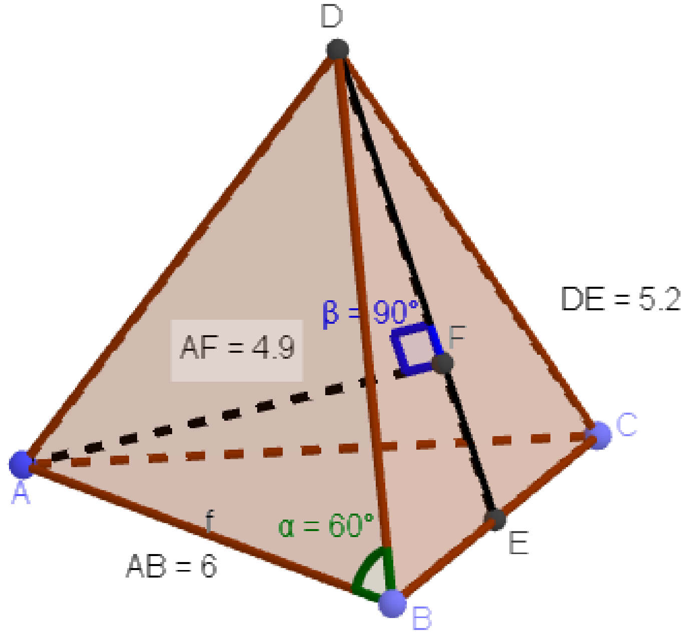
I FÉLÉV

Szögul dintre o dreaptă és un plan; lungimea proiecției unui segment

1. Az ABCDEFGH kockában határozzátok meg:
a) $m(CG,\widehat{(ABC)})$; b) $m(AH,\widehat{(ABC)})$; c) $m(BG,\widehat{(ADH)})$



2. Az $ABCD$ szabályos tetraéderben $AB = 6\ cm$.
   a) Határozzátok meg a tetraéder apotémájának hosszát.
   b) Határozzátok meg az A pont (BCD) síktól való távolságát. (Két tizedesnyi pontossággal)
   c) Határozzátok meg $m(\widehat{AB, (BCD)})$.

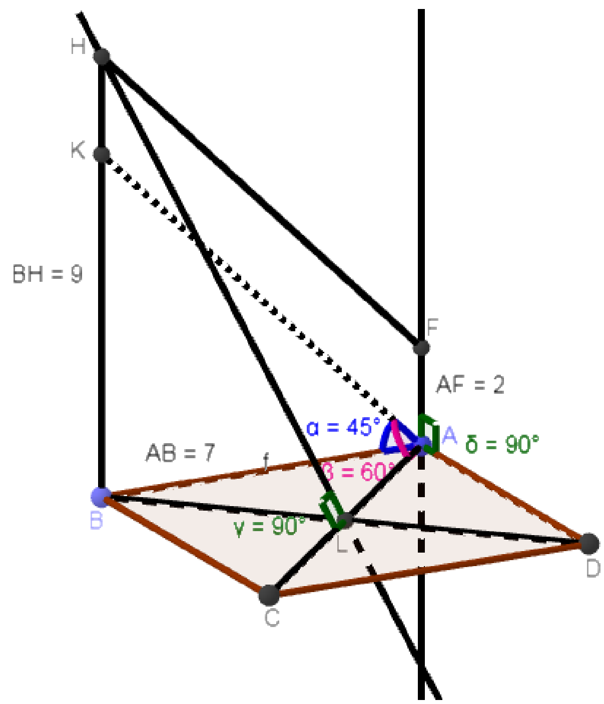


3. Az $ABCD$ négyzet síkjára az A és B csúcsokban merőlegeseket emelünk a sík ugyanazon oldalán, legyenek ezek AF és BH, unde $AB = 7\ cm, AF = 2\ cm$ és $BH = 9\ cm$.

a) Határozzátok meg $m\big(\widehat{FH,(ABC)}\big)$;

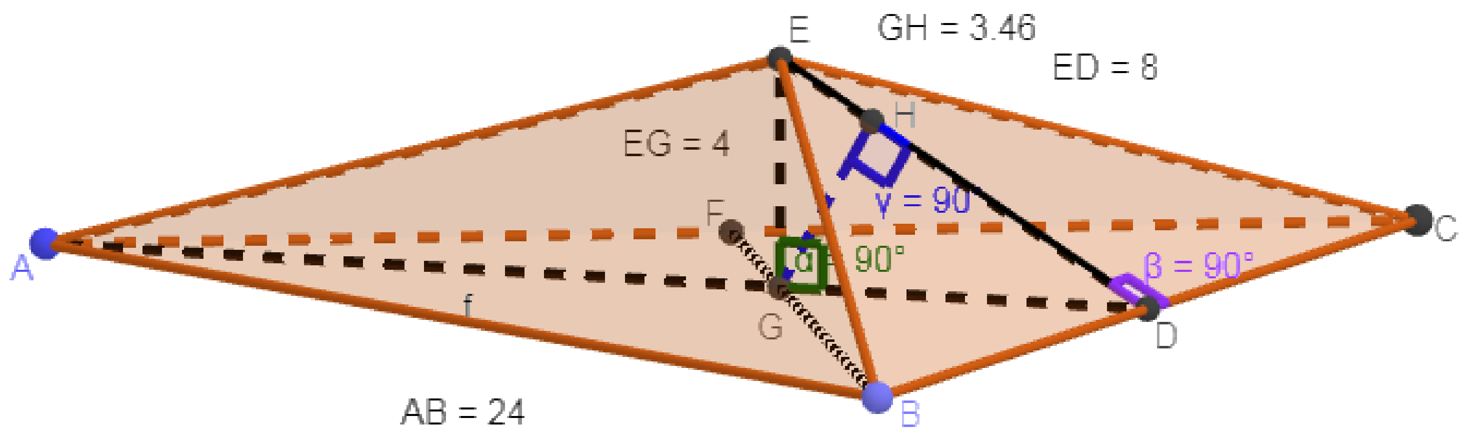
b) Igazoljátok, hogy $m\big(\widehat{FH,AC}\big) > 45°$;

c) Igazoljátok, hogy $pr_{AC}[FH] = [AL]$, ahol L a négyzet középpontja.

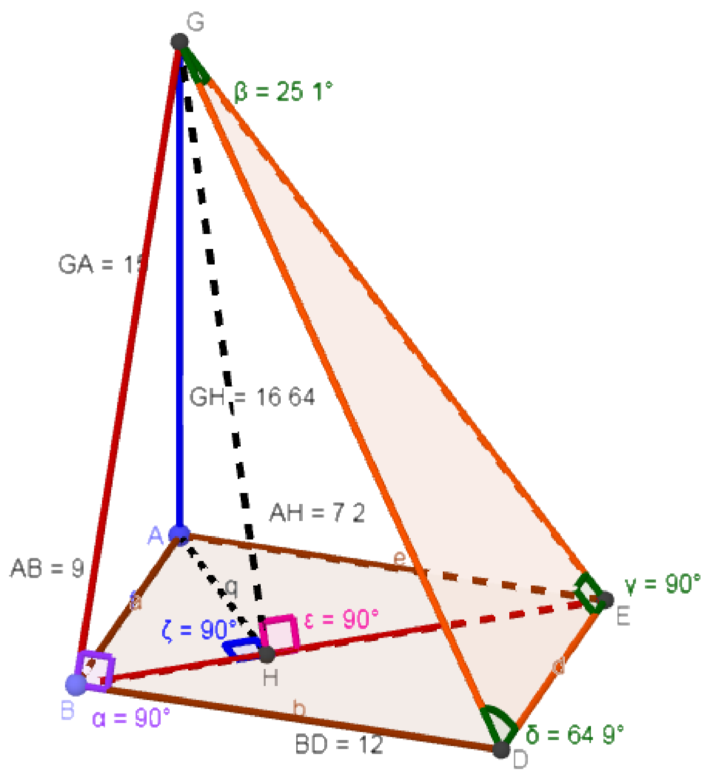


A három merőleges tétele

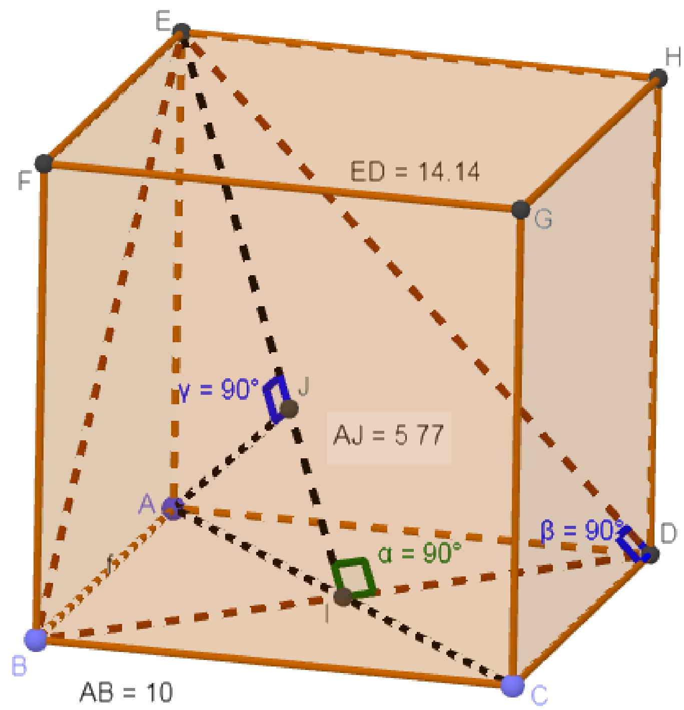
1. Az $EABC$ szabályos háromoldalú gúla alapjának éle $AB = 24\ cm$ és magassága $EG = 4\ cm$. Határozzátok meg:
   a) Az E pont BC oldaltól való távolságát.
   b) A G pont (EBC) síktól mért távolságát. (Két tizedesnyi pontossággal)



2. Az $ABDE$ téglalapban $AB = 9\ cm$ és $BD = 12\ cm$. A téglalap síkjára az $AG = 15\ cm$ merőlegest emeljük.
   a) Igazoljátok, hogy $GB \perp BD$.
   b) Igazoljátok, hogy ΔGED háromszög derékszögű.
   c) Határozzátok meg $d(A, BE)$ és $d(G, BE)$. (Két tizedesnyi pontossággal)



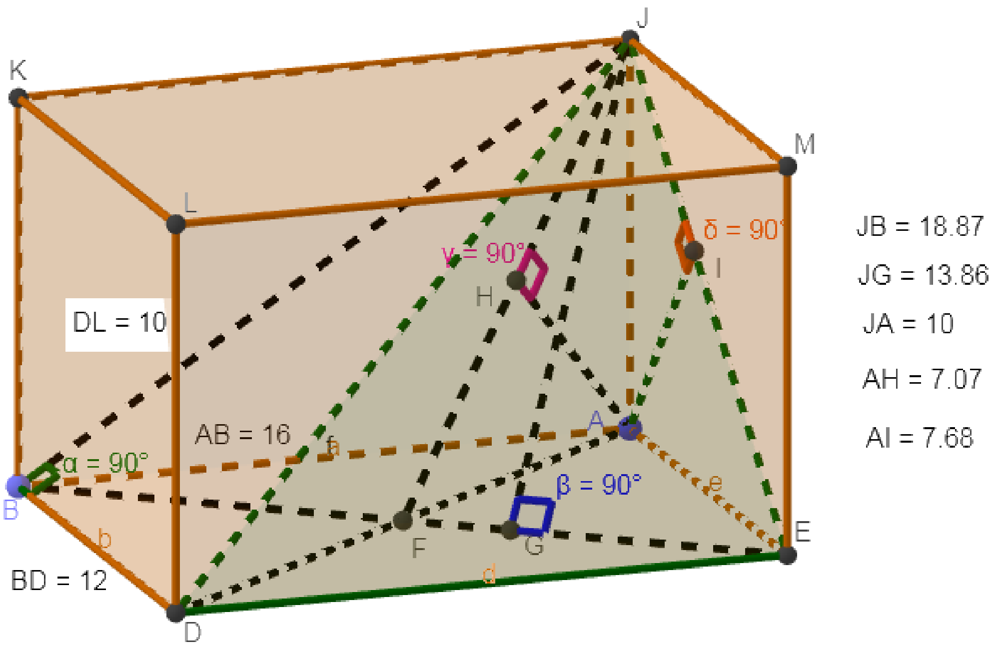
3. Az $ABCDEFGH$ kockában $AB = 10\ cm$.
   a) Igazoljátok, hogy $EI \perp BD$, ahol $AC \cap BD = \{I\}$.
   b) Határozzátok meg $d(E, DC)$. (Két tizedesnyi pontossággal)
   c) Határozzátok meg $d(A, (EBD))$. (Két tizedesnyi pontossággal)



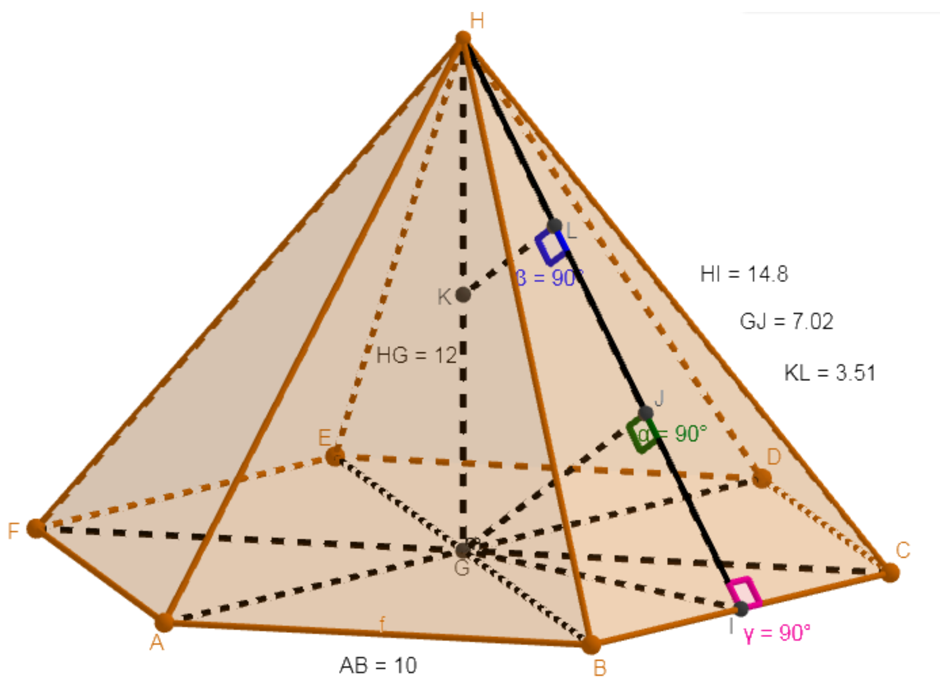
Pont távolsága egyenestől; két párhuzamos sík közötti távolság

1. Az $ABDEJKLM$ téglatestben $AB = 16\ cm, BD = 12\ cm$ és $DL = 10\ cm$. Határozzátok meg:
   a) $d(J, BD)$; b) $d(J, BE)$; d) $d(J, AD)$; e) $d(A, JF)$, ahol $AD \cap BE = \{F\}$ f) $d(A, (JDE))$.

   (A távolságokat két tizedesnyi pontossággal határozzuk meg)



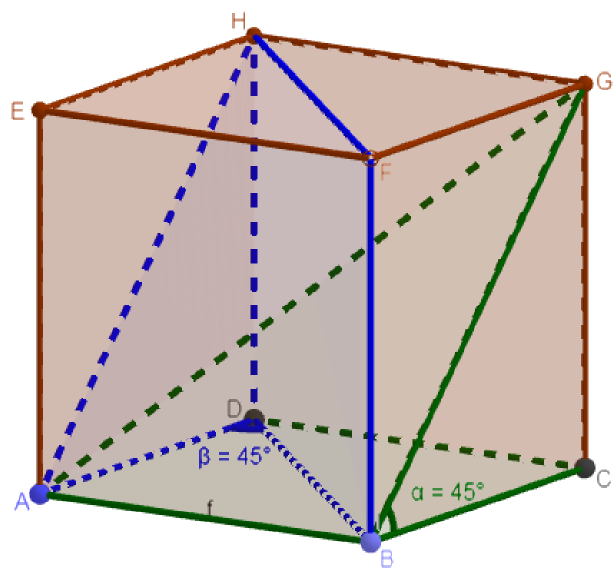
2. A HABCDEF szabályos hatoldalú gúlában $AB = 10\ cm$ és $HO = 12\ cm$. határozzátok meg:
a) $d(H, BC)$; b) $d(G, (HBC))$; c) $d(K, (HBC))$, ahol K a $[HG]$ szakasz felezőpontja.
(a távolságokat két tizedesnyi pontossággal határozzuk meg)



A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

Lapszögek. Két sík szöge.

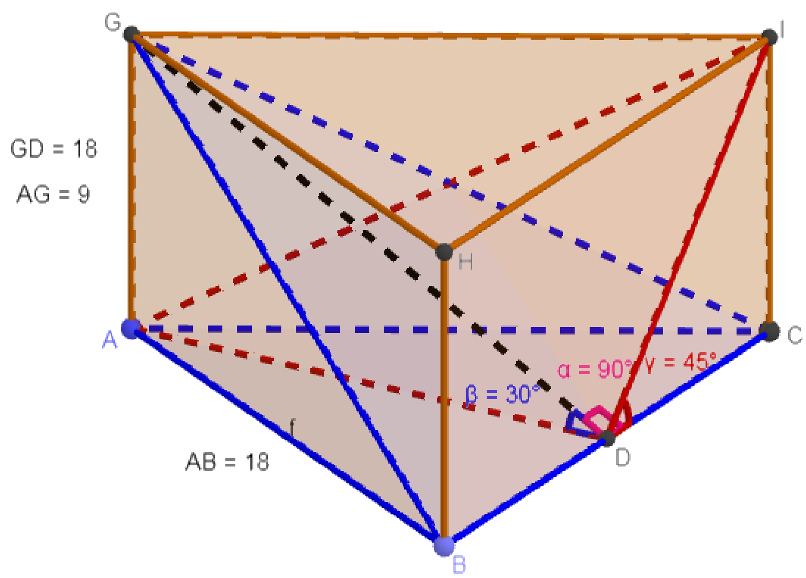
1. Az $ABCDEFGH$ kockában $AB = 8\,cm$. Határozzátok meg:
   a) a (GAB) és (ABC) síkok által bezárt szög mértékét.
   b) az (ADH) és (FBD) síkok lapszögének mértékét.



A Digitaliada program keretén belül összeállított kiadvány.

2. Az $ABCGHI$ szabályos háromoldalú hasábban $AB = 18\ cm$ és $AG = 9\ cm,$ valamint D a $[BC]$ szakasz felezőpontja. Határozzátok meg:

a) A G pont távolságát a BC-től;
b) A (GBC) és (ABC) síkok által alkotott lapszöget.
c) A (DIA) és (ABC) síkok által alkotott lapszöget.



KÖNYVÉSZET

1. Fianu M., Perianu M., Săvulescu D., *Matematică, clasa a VIII-a* Editura ART, Clubul Matematicienilor, București, 2015.

2. Anton Negrilă, Maria Negrilă, *Matematică algebră, geometrie, clasa a VIII-a Consolidare, Semestrul I*, Editura Paralela 45, Pitești 2016.