Digitaliada

Fundația orange

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok

VIII. osztály

II. félév

A Digitaliada programban résztvevő iskolák matematika tanárai által összeállított kiadvány, koordinálta Adina Roșca Oktatási Szakértő

GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

II. FÉLÉV

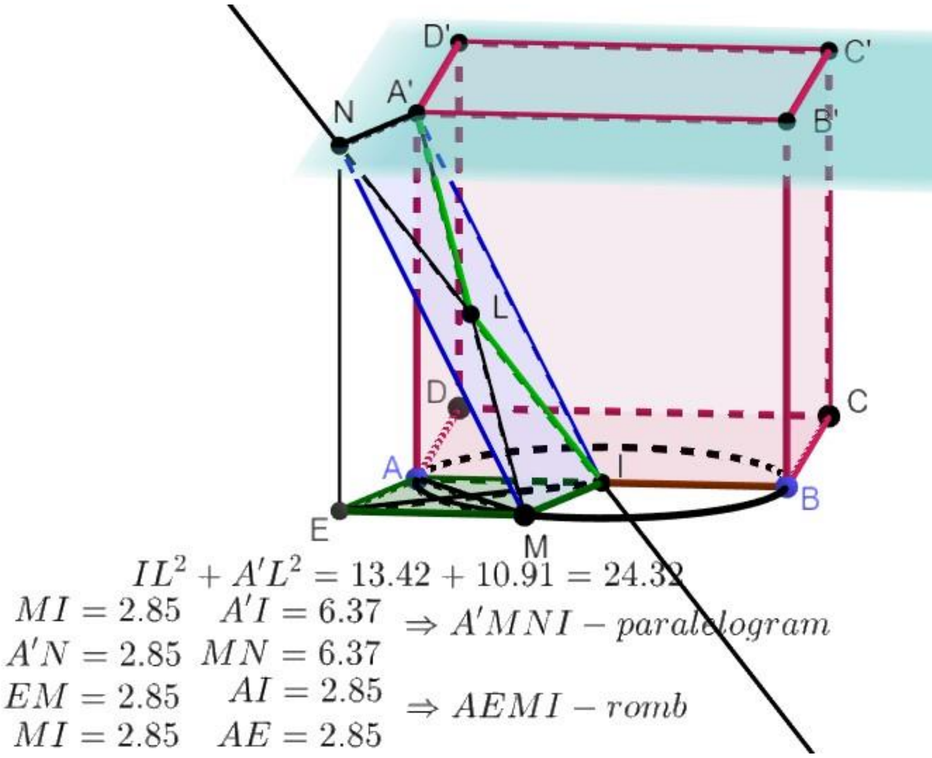
TARTALOMJEGYZÉK

A Digitaliada program keretén belül készült kiadvány.

A KOCKA

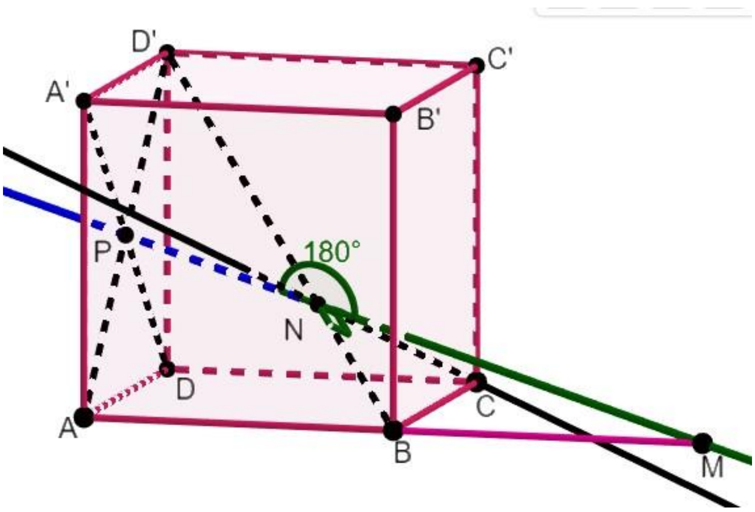
1. Tekintsük az $ABCDA'B'C'D'$ kockát. Az $ABCD$ alap síkjában rajzoljuk meg az AB átmérőjű kört. Legyen M ezen kör egy pontja, L az $A'M$ szakasz felezőpontja, I az AB él felezőpontja, és N az IL egyenes és az $A'B'C'D'$ alap síkjának metszéspontja.

   a) Igazoljátok, hogy az $IL^2 + A'L^2$ összeg konstans, ha az M pont a körön mozog.
   b) Igazoljátok, hogy $A'NMI$ paralelogramma.
   c) Igazoljátok, hogy $A'NMI$ négyszög az $ABCD$ alap síkjára eső vetülete egy rombusz vagy egy szakasz.

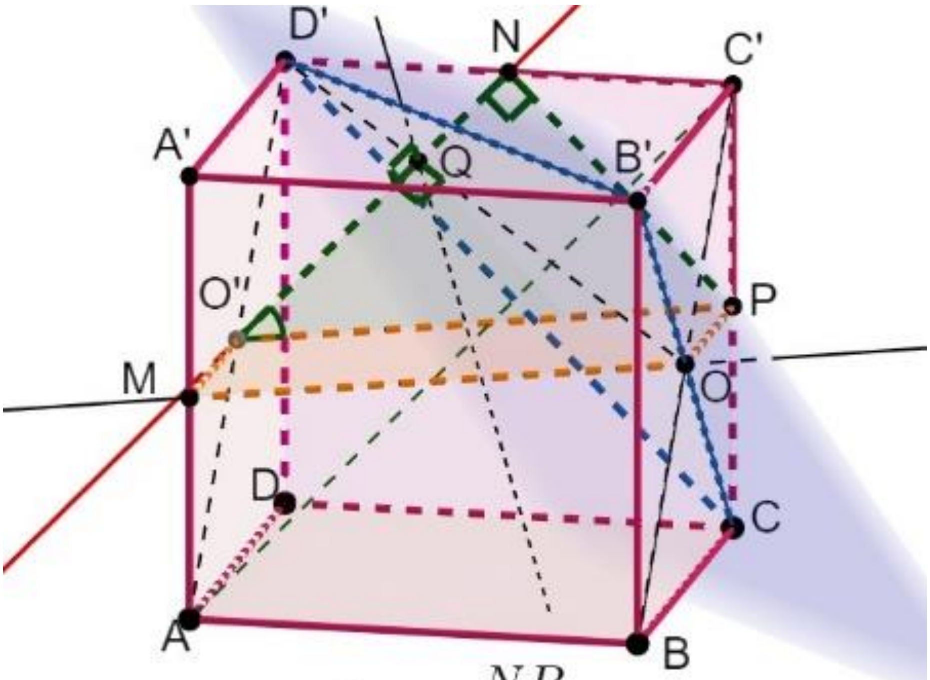


A Digitaliada program keretén belül készült kiadvány.

2. Legyen az $ABCDA'B'C'D'$ kocka, M az A pont B pont szerinti szimmetrikusa, N a C pontból a BD' egyenesre húzott merőleges talppontja, és P az $ADD'A'$ négyzet szimmetria középpontja. Mutassátok ki, hogy az M, N és P pontok kollineárisak.

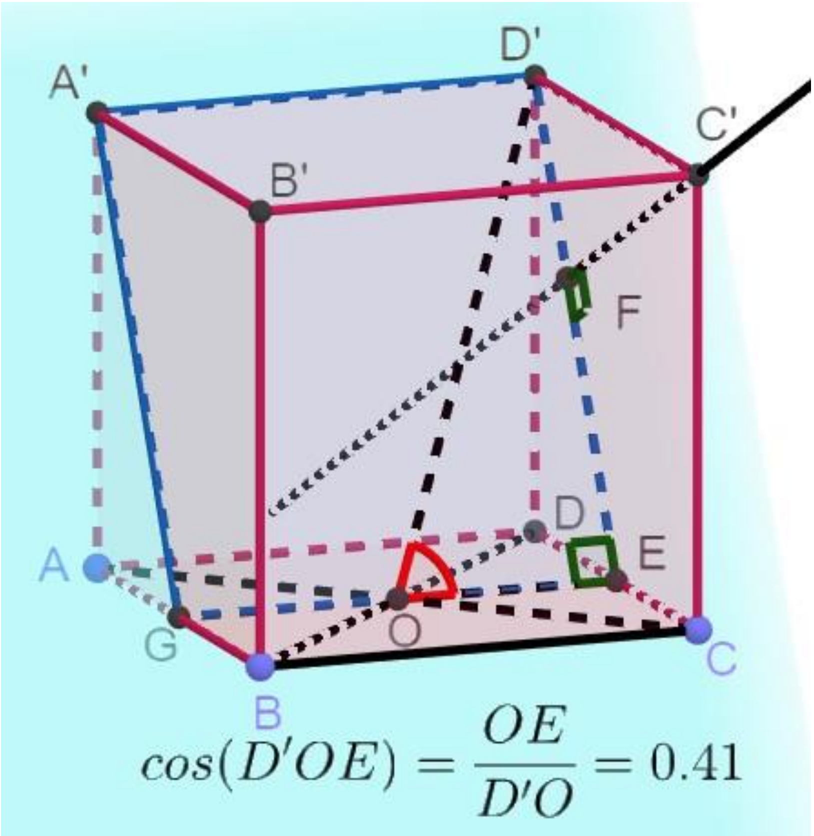


3. Legyen az $ABCDA'B'C'D'$ kocka, M és N jelölje az AA' és $C'D'$ szakaszok felezőpontjait, O és O' a $BCC'B'$, és $ADD'A'$ oldallapok szimmetria középpontját
   a) Igazoljátok, hogy $NO' \perp (B'CD')$
   b) Határozzátok meg, az MO és NO' egyenesek által bezárt szög sinus-át



$$sin(NO'P) = \frac{NP}{O'P} = 0.63$$

4. Legyen az $ABCDA'B'C'D'$ kocka amelynek élhossza $2n$, O pedig az $ABCD$ lap szimmetria középpontja.
   a) Számítsátok ki a BC *és* $D'O$ egyenesek szögének cosinus-át.
   b) Határozzátok meg a C' pont távolságát az $(A'D'O)$ síktól.



GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

II. FÉLÉV

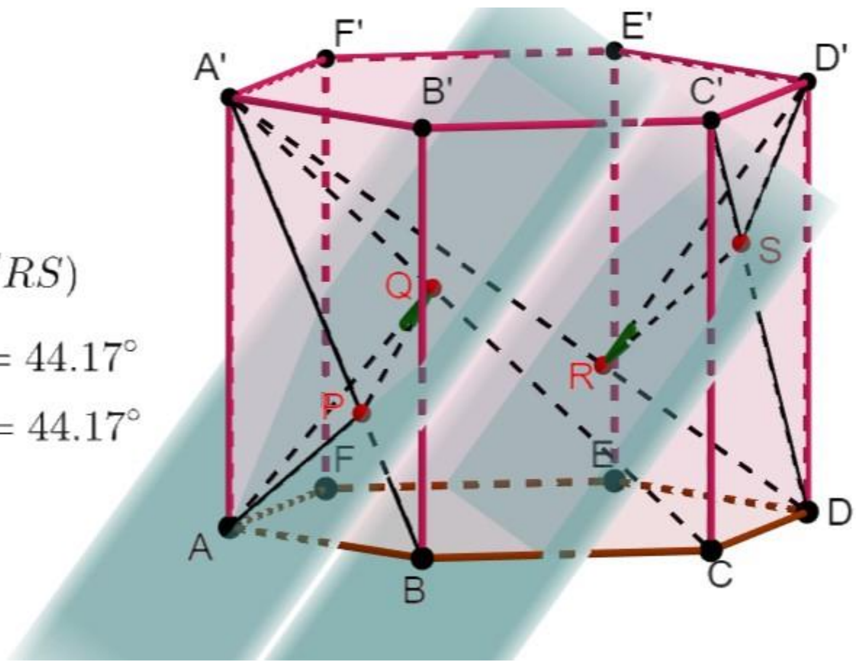
A HASÁB

1. Az $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ szabályos hatoldalú hasábban megszerkesztjük a P *és* Q pontokat, amelyek az A pont $[A'B]$ és $[A'C]$ szakaszokra eső vetülete, valamint az R *és* S, pontokat, amelyek a D' pont $[A'D]$ éa $[C'D]$ szakaszokra eső vetülete.
   a) Határozzátok meg az (AQP) és $(D'RS)$ síkok által bezárt szöget.
   b) Mutassátok ki, hogy $\sphericalangle AQP \equiv \sphericalangle D'RS$.

$$(AQP) \parallel (D'RS)$$

$$m(\sphericalangle AQP) = 44.17°$$

$$m(\sphericalangle D'RS) = 44.17°$$

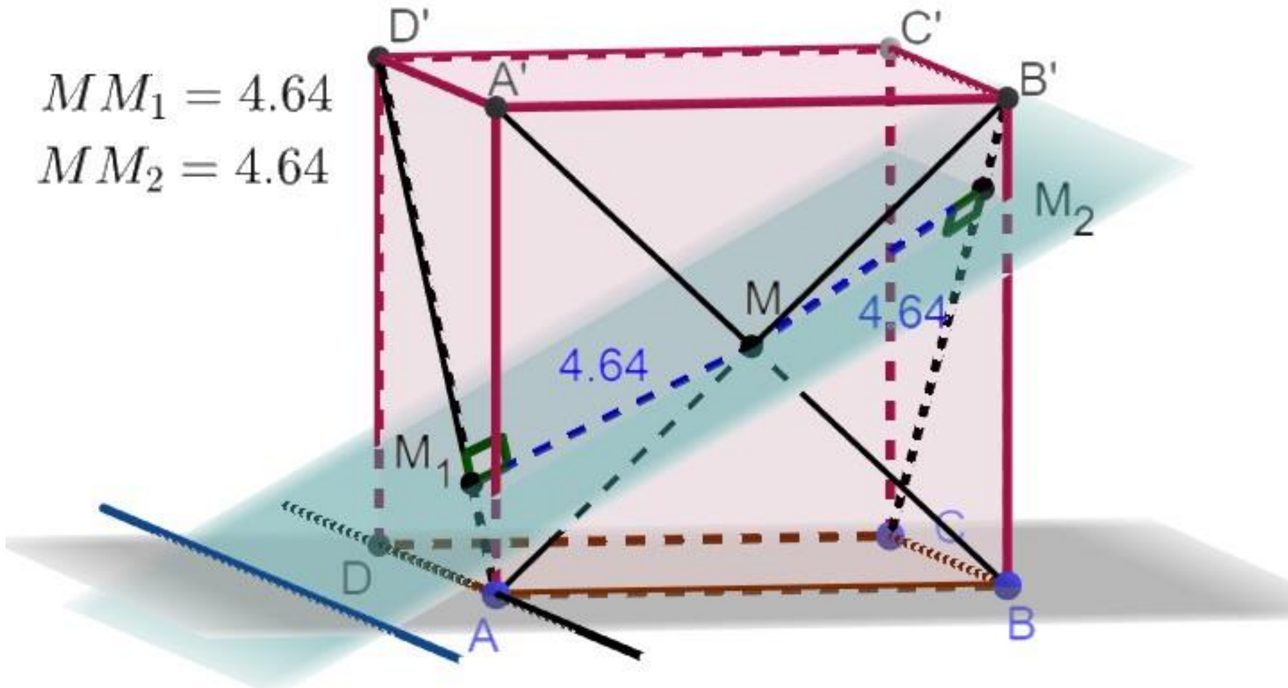


A Digitaliada program keretén belül készült kiadvány.

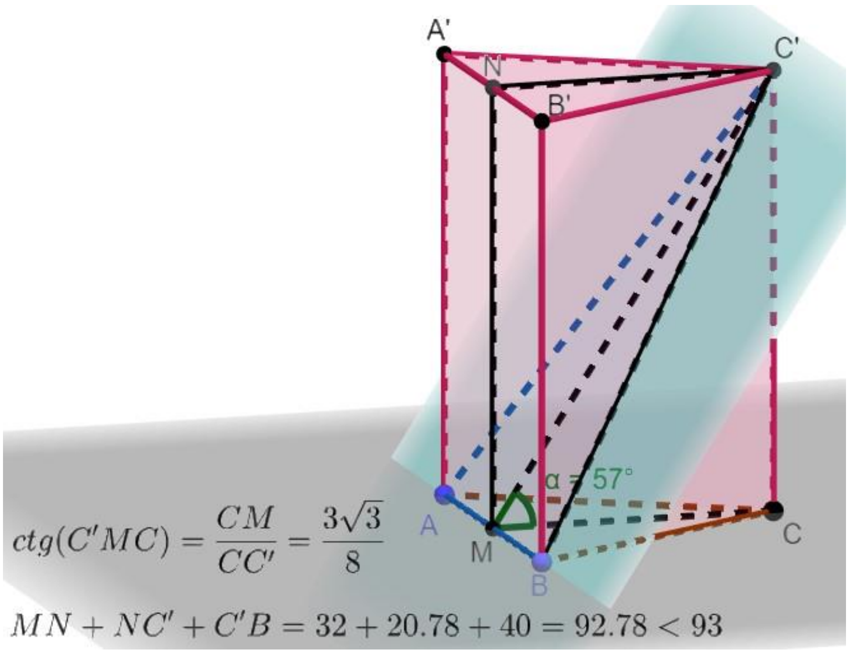
GeoGebra segítségével bizonyított feladatok – VIII. osztály

II. FÉLÉV

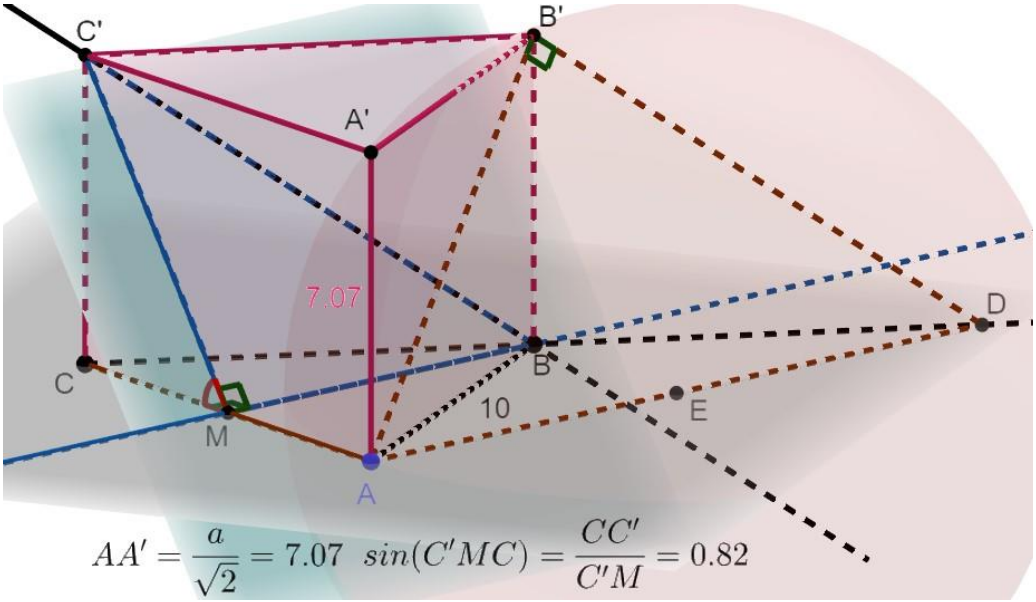
2. Az $ABCDA'B'C'D'$ derékszögű paralelipipedonban jelölje M az $ABB'A'$ oldallap szimmetria középpontját. Legyen M_1 és M_2 az M pont $B'C$ és AD' egyenesek szerinti szimmatrikusa. Igazoljátok, hogy:
   a) $[MM_1] \equiv [MM_2]$;
   b) Ha $(MM_1M_2) \cap (ABC) = d$, akkor $d \parallel AD$;



3. Egy $ABCA'B'C'$ szabályos háromoldalú hasáb alakú kartondoboz méretei $AB = 24\ cm$ és $AA' = 32\ cm$.
   a) Határozzátok meg az (ABC) és (ABC') síkok által alkotott szög cotangens-ét.
   b) Egy hangya a doboz oldallapjain egyenes vonalban halad az $M \to N \to C' \to B$ útvonalat követve, ahol M és N az $[AB]$ és $[A'B']$ szakaszok felezőpontjai. Mutassátok ki, hogy a hangya által megtett út kisebb mint $93\ cm$.



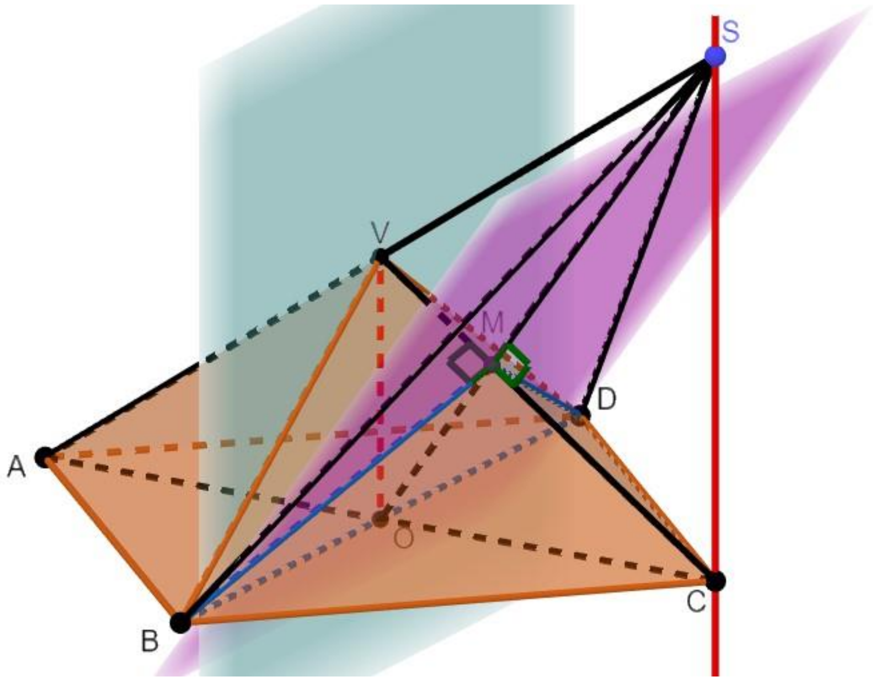
4. Az $ABCDA'B'C'D'$ egyenes hasáb alapjai a oldalhosszúságú egyenlő oldalú háromszögek. Tudva, hogy az AB' és BC' egyenesek merőlegesek egymásra, határozzátok meg:
   a) az oldalél hosszát;
   b) az (BMC') és (ABC) síkok által bezárt szög egyik szögfüggvényét, ahol M az $[AB]$ él felezőpontja.



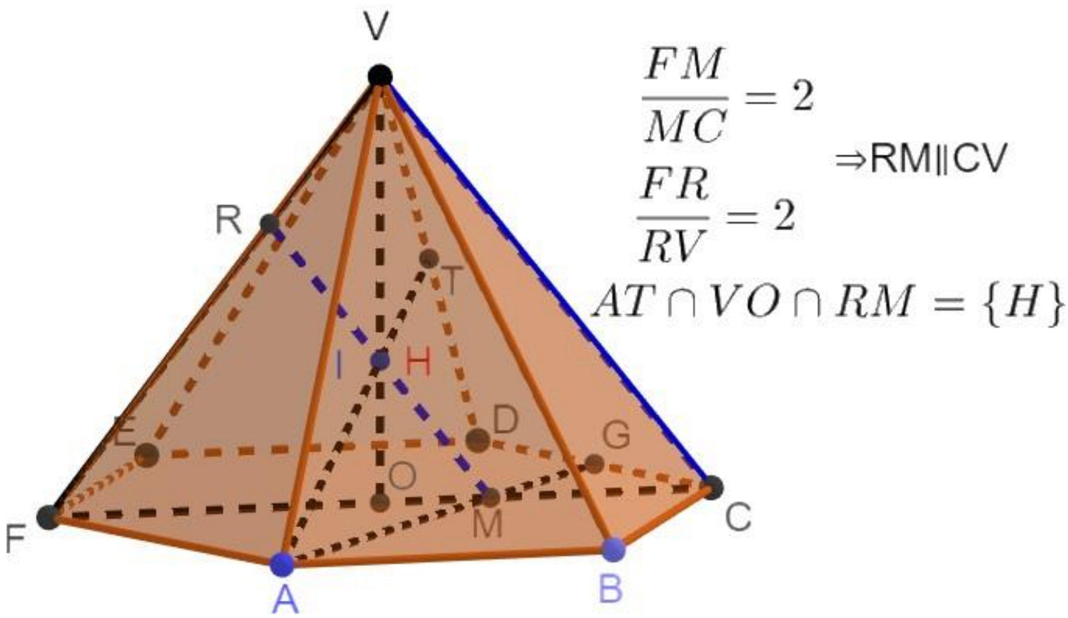
A Digitaliada program keretén belül készült kiadvány.

A GÚLA

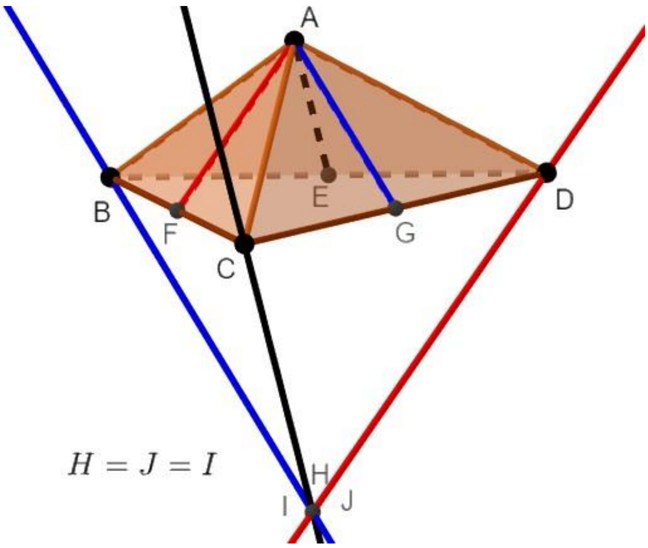
1. Legyen a $VABCD$ szabályos négyoldalú gúla, amelynek VO magassága egyenlő az alap hosszának felével. Tudva, hogy S az A pont V szerinti szimmetrikusa igazoljátok, hogy:
   a) az SC egyenes párhuzamos a (VBD) síkkal
   b) a CV egenes merőleges az (SBD) síkra.



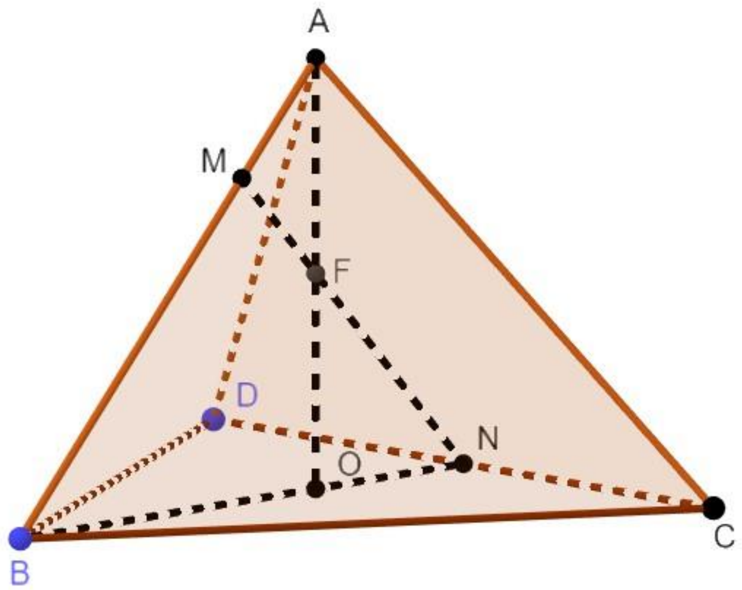
2. Legyen a $VABCDEF$ egy szabállyos hatoldalú gúla, amelynek csúcsát V-vel jelöljük, G a $[CD]$ szakasz felezőpontja , O az alap szimmetria középpontja, $GA \cap CF = \{M\}$ és $R \in (VF)$ úgy, hogy $2VF = 3FR$. Igazoljátok, hogy:
   a) az RM egyenes párhuzamos a (VBC) síkkal
   b) az RM, AT és VO összefutó egyenesek, ahol T a $[VD]$ szakasz felezőpontja.



3. Igazoljátok, hogy az ABCD tetraéderben a B, C és D csúcsokon keresztül a szemben fekvő oldallapok oldalfelezőivel húzott párhuzamosok összefutó egyenesek.

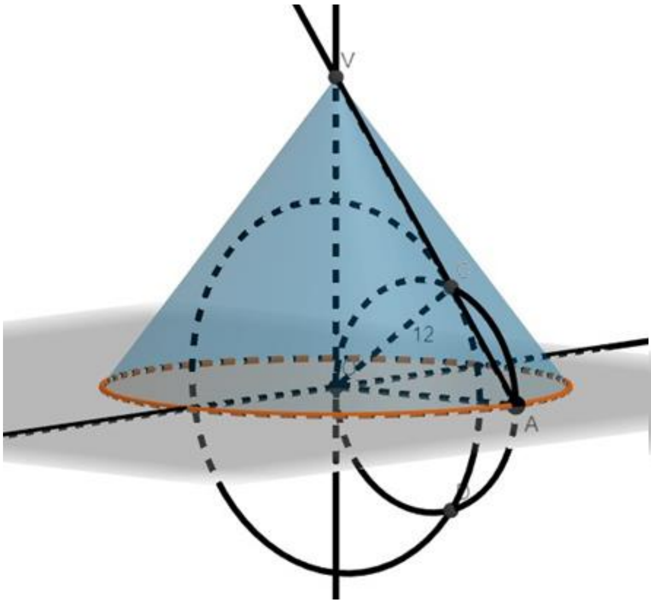


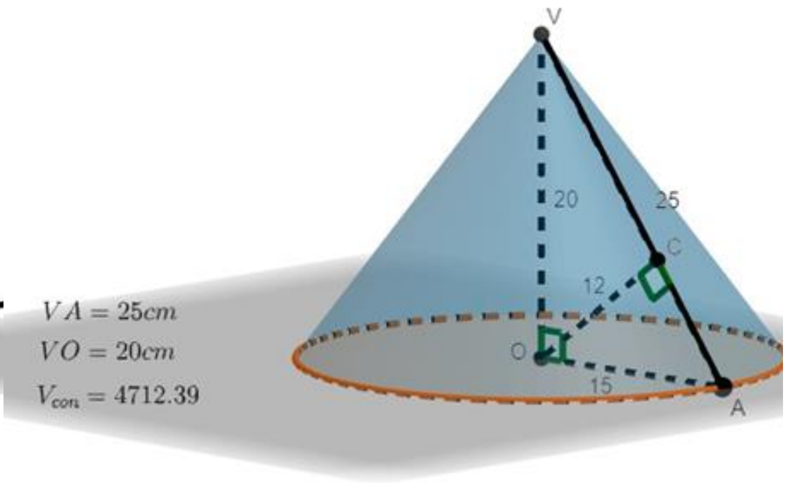
4. Az $ABCD$ szabályos három oldalú gúlában legyen M az AB él egy olyan pontja amelyre $AB = 4AM$ és N a CD szakasz felezőpontja. Igazoljátok, hogy az AO magasság felezőpontja rajta van, az MN egyenesen.



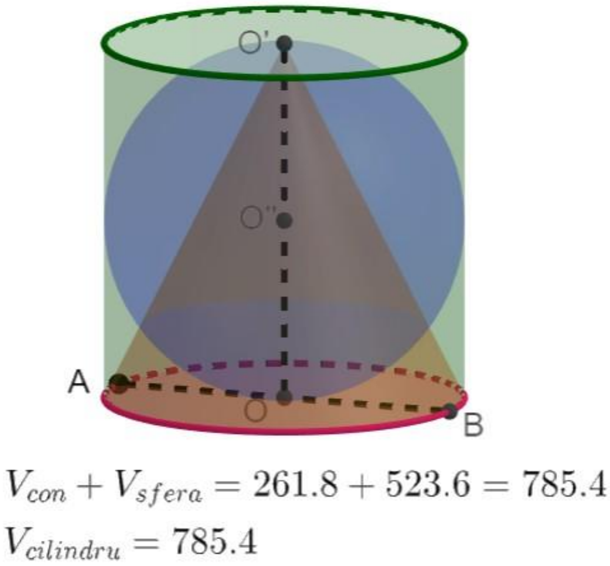
GÖRBE LAPÚ TESTEK

1. Egy egyenes körkúp alapja az O középpontú és $15\ cm$ sugarú kör. Ha az O pont távolsága az alkotótól 12 cm, számítsátok ki:
   a) az alkotó és a magasság hosszát;
   b) a kúp térfogatát.

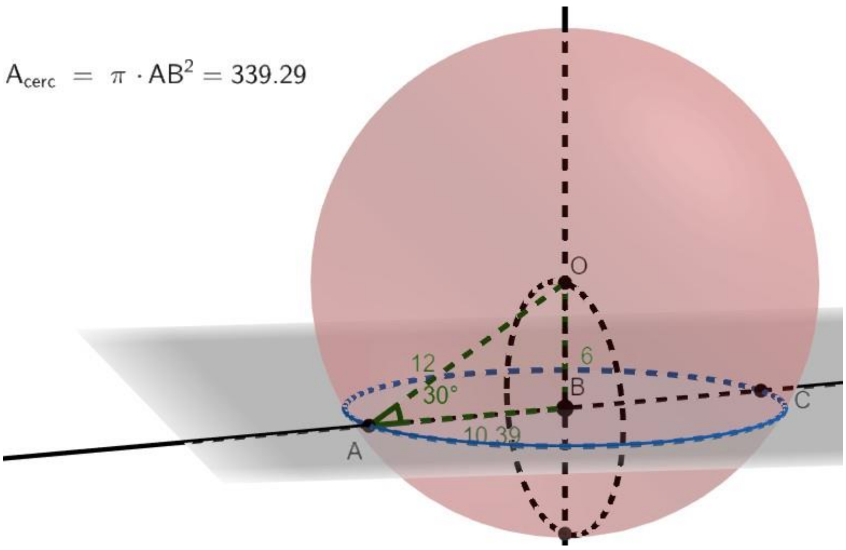




2. Egy gömböt és egy kúpot egy n sugarú körhengerbe írtunk. Mutassátok ki, hogy $V_{henger} = V_{kúp} + V_{gömb}$.

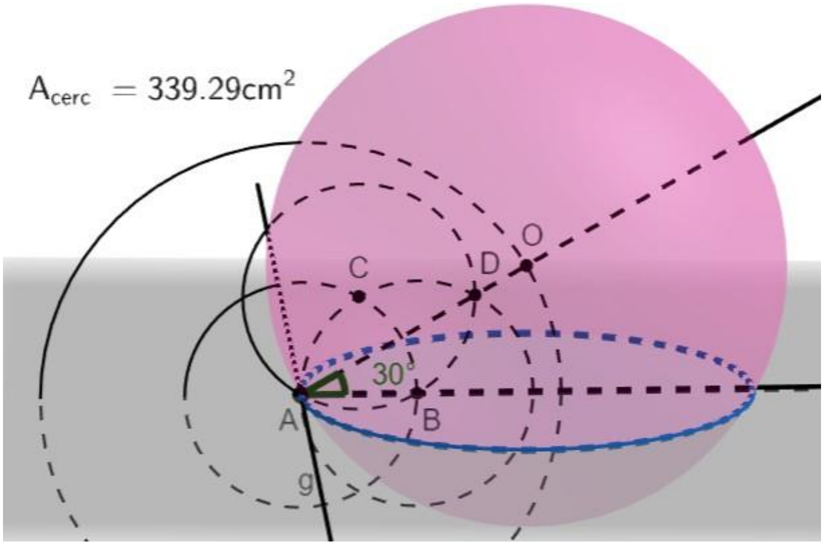


3. Legyen az $S(O; 12)$ gömb és OA a gömb sugara. Az A ponton áthaladó sík az OA egyenessel 30° fokos szöget zár be. Határozzátok meg sík és az $S(O; 12)$ gömb metszete által kapott kör területét.

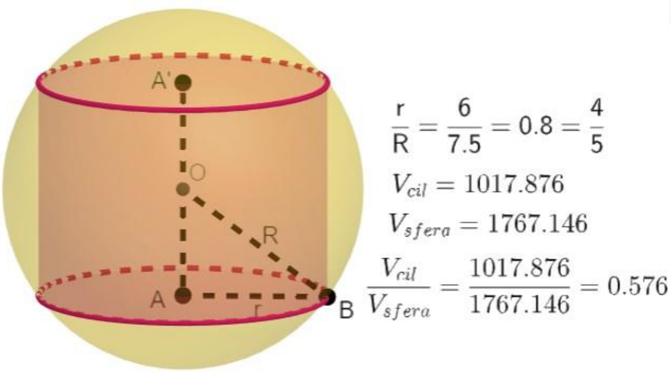


I. módszer

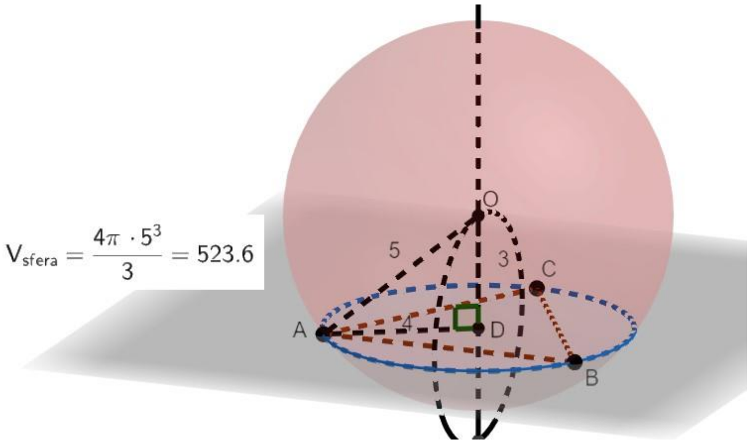
II. módszer



4. Adott az $S(O;R)$ gömbbe írt r sugarú henger. Ha $\frac{r}{R} = \frac{4}{5}$, határozzátok meg a henger és a gömb térfogatainak arányát.



5. *A, B* és *C* egy gömb három olyan pontja, amelyek egy $4\sqrt{3}\ cm$ oldalhosszúságú egyenlő oldalú háromszöget alkotnak. Határozzátok meg a gömb térfogatát, tudva, hogy a gömb középpontjának az (ABC) síktól mért távolsága $3\ cm$.



KÖNYVÉSZET

1. Fianu, M., Perianu, M., Balica, I., *Matematică Clasa a VIII-a,* Editura Art Educațional, București, 2019.

2. Negrilă, A., Negrilă, Maria, *Matematică Algebră Geometrie, clasa a VIII-a,* Editura Paralela 45, Pitești, 2019.

3. Pop, C.P., Pop, Simona, *Olimpiada satelor din România pentru clasele VI-VIII,* Editura Nomina, Pitești, 2018.

4. Păduraru, V., *Constructii geometrice cu rigla si compasul_Abordari metodice,* Editura Ștef, Iași, 2018.

5. *** *18 editii ale concursului interjudetean de matematica Dimitrie Pompeiu, clasele III-XI,* Editura Taida, Iași, 2019.

6. ***http://mate.info.ro/acasa.html