Digitaliada

Fundația orange

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra

Clasa a VI a

Semestrul II

Material realizat în cadrul programului Digitaliada, cu contribuția profesorilor de matematică din școlile incluse în program, sub coordonarea Expertului Educațional Adina Roșca

Digitaliada Fundația orange

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

SEMESTRUL II

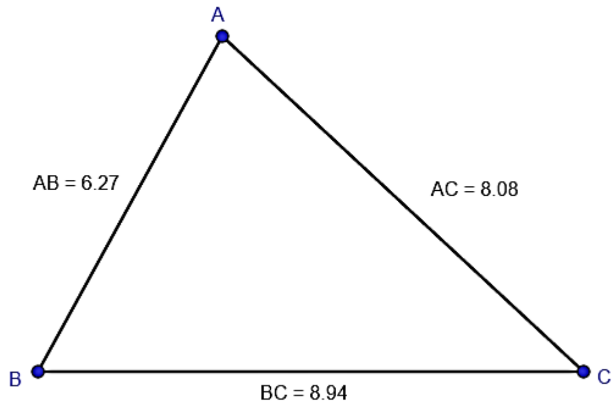
Cuprins

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

SEMESTRUL II

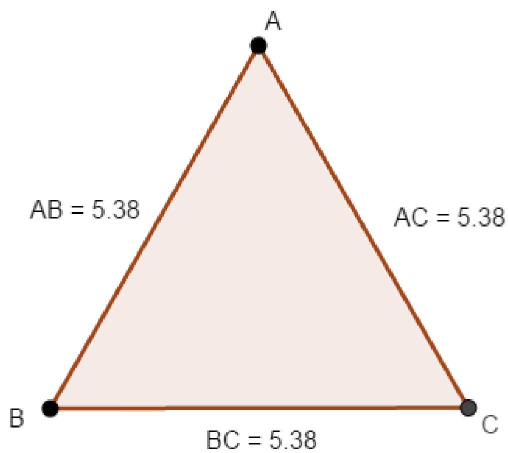
PERIMETRUL TRIUNGHIULUI

1. Fie A, B și C trei puncte necoliniare. Determinați perimetrul triunghiului ABC.



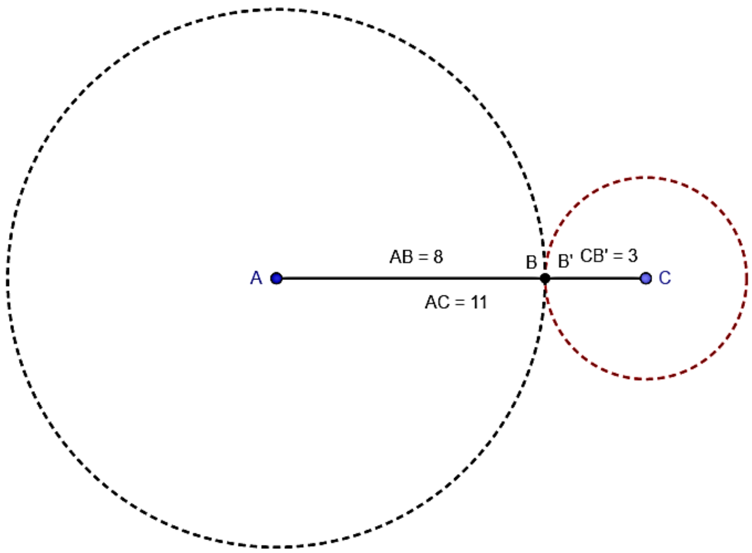
$$P_{ABC} = AB + BC + CA = 6.27 + 8.94 + 8.08 = 23.3 \text{ cm}$$

2. Determinați perimetrul unui triunghi echilateral.

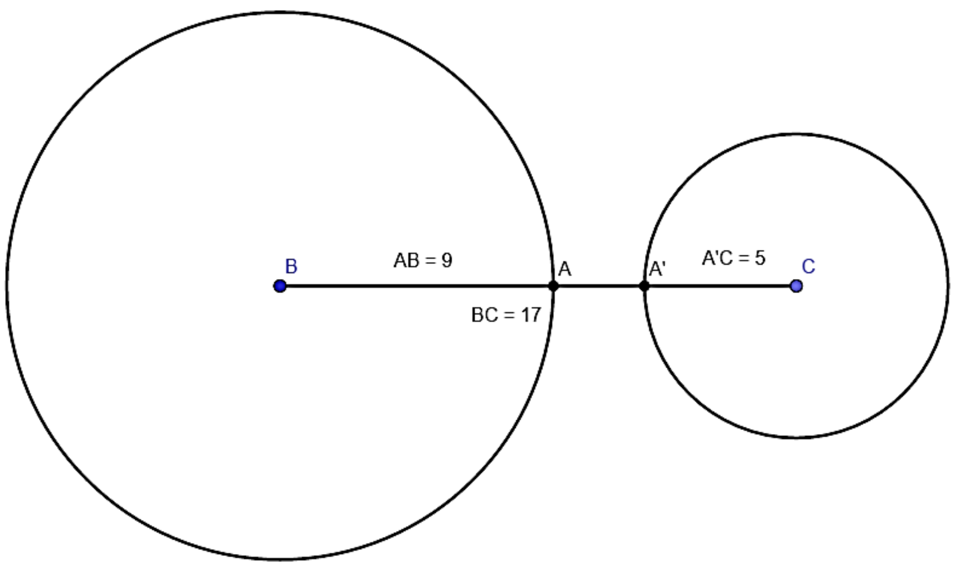


$$P_{ABC} = AB + BC + CA = 3AB = 16.13\ cm$$

3. Dacă $AB = 8\ cm$, $AC = 11\ cm$ și $BC = 3\ cm$, stabiliți poziția punctelor A, B și C.



4. Stabiliți dacă există un triunghi care să aibă lungimile laturilor $AB = 9\ cm$, $BC = 17\ cm$ și $CA = 5\ cm$.

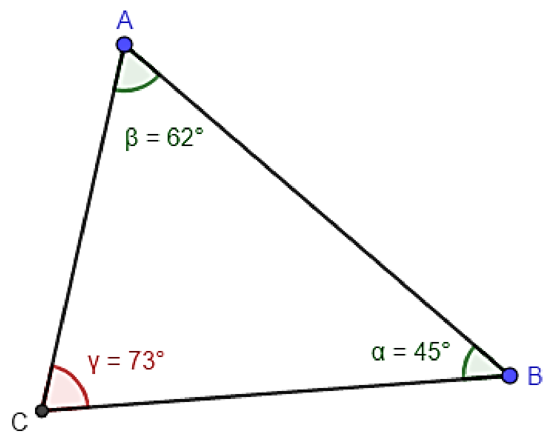


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

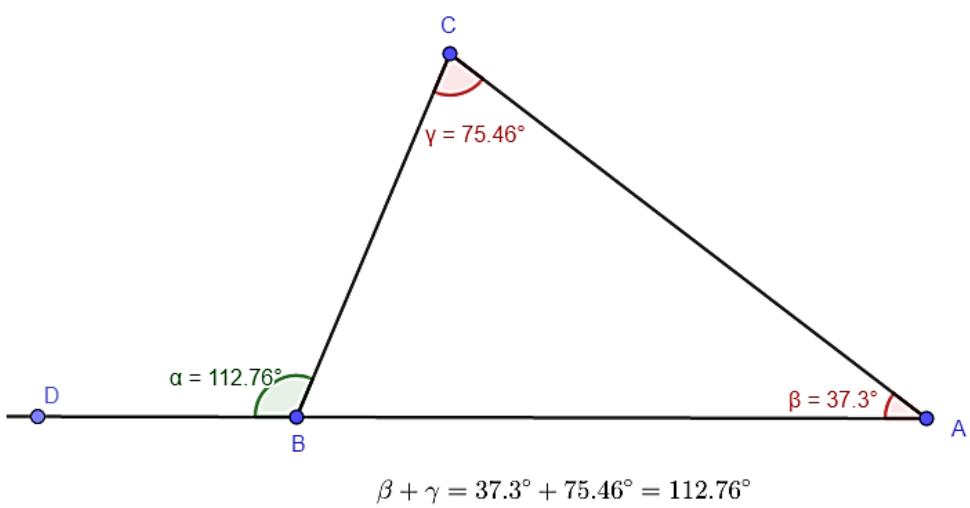
SEMESTRUL II

PROPRIETĂȚILE UNGHIURILOR UNUI TRIUNGHI

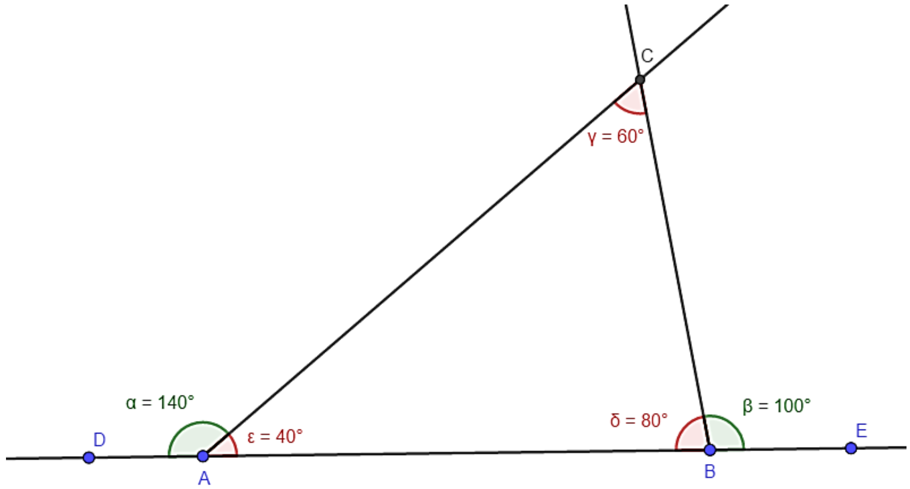
1. În triunghiul ABC avem $m(\sphericalangle ABC) = 45°$ și $m(\sphericalangle CAB) = 62°$. Determinați măsura unghiului $\sphericalangle BCA$.



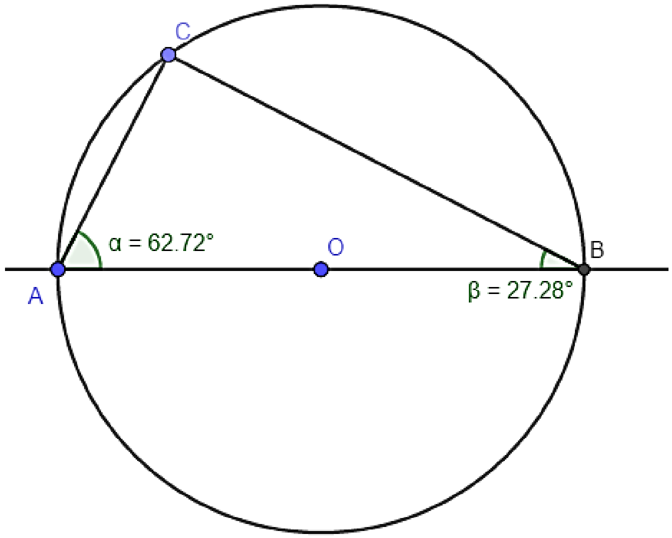
2. Demonstrați că măsura unghiului exterior unui triunghi este egală cu suma măsurilor unghiurilor interioare neadiacente cu el.



3. Două unghiuri exterioare ale unui trunghi au măsurile $140°$ respectiv $100°$. Aflați măsurile unghiurilor interioare.



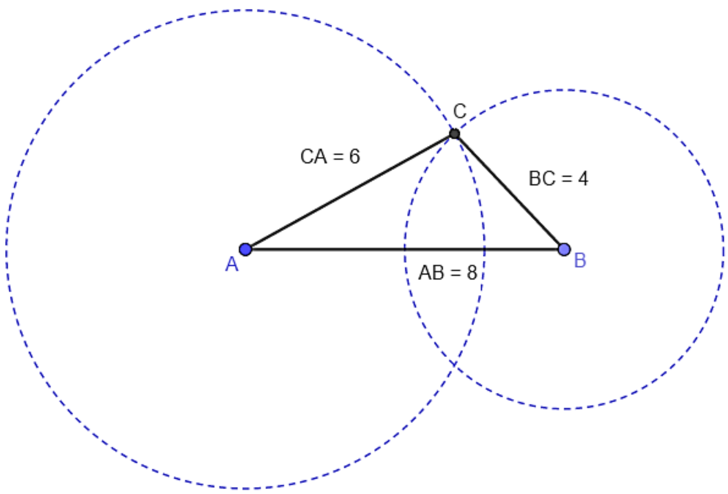
4. Fie A și B două puncte diametral opuse al cercului $C(O,r)$, iar C un punct pe cerc. Demonstrați că unghiurile $\sphericalangle BAC$ și $\sphericalangle CBA$ sunt unghiuri complementare.



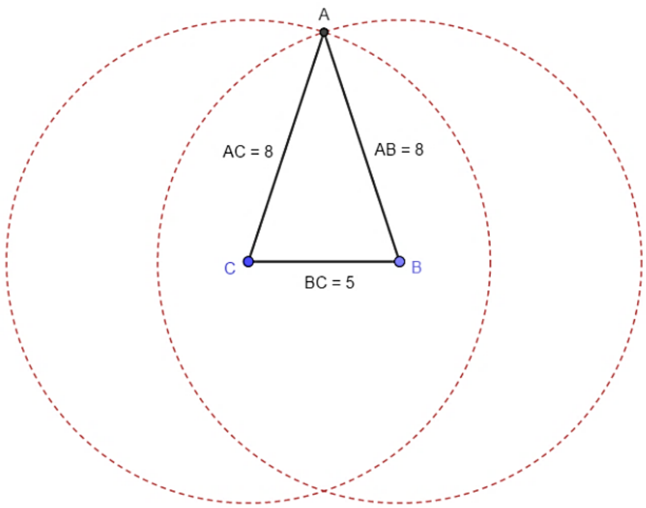
$$m(C\hat{B}A) + m(B\hat{A}C) = 62.72° + 27.28° = 90°$$

CONSTRUCȚIA TRIUNGHIURILOR

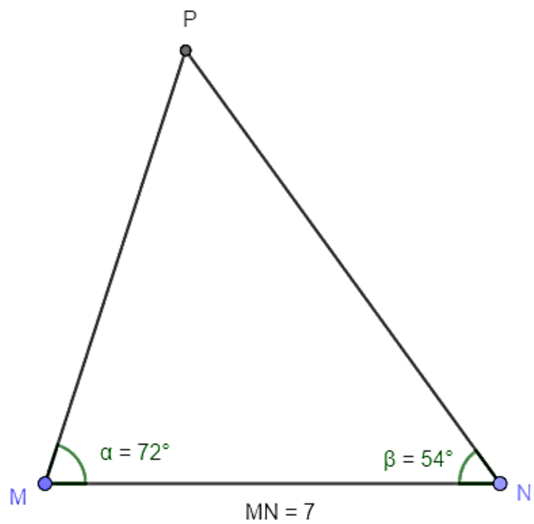
1. Construiți triunghiul ABC pentru care $AB = 8\ cm$, $BC = 4\ cm$ și $CA = 6\ cm$.



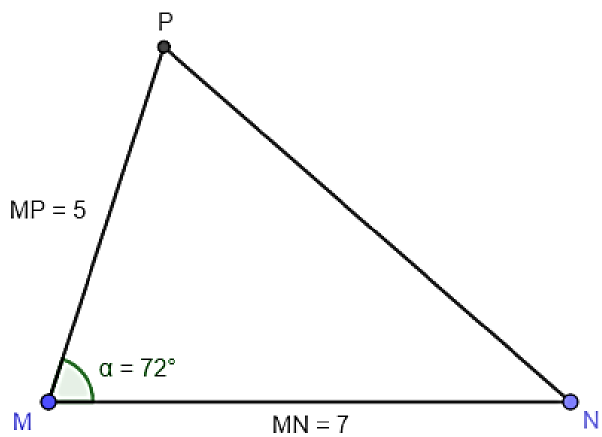
2. Construiți triunghiul isoscel ABC în care $AB = AC = 8\ cm$ și $BC = 5\ cm$.



3. Construiți triunghiul MNP în care $MN = 7\ cm$, $m(\sphericalangle PMN) = 72°$ și $m(\sphericalangle PNM) = 54°$.



4. Construiți triunghiul MNP în care $MN = 7\ cm$, $PM =\ 5\ cm$ și $m(PMN\sphericalangle) = 72°$.

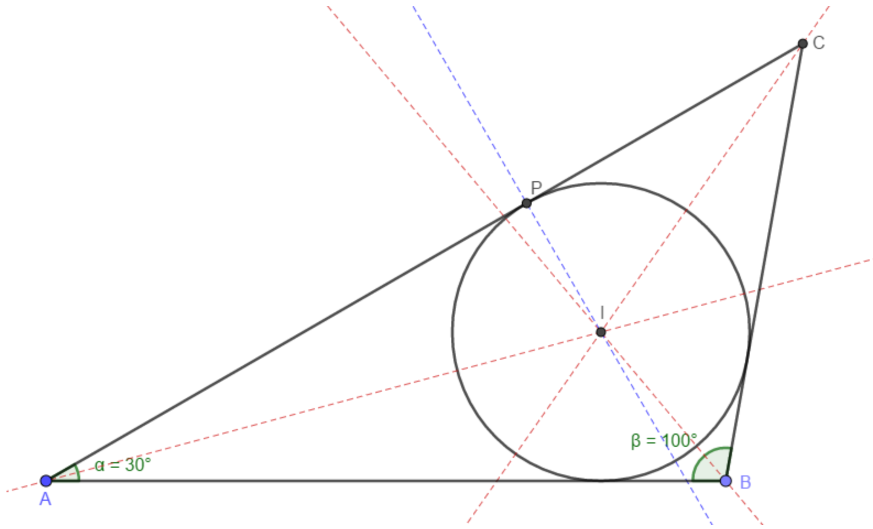


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

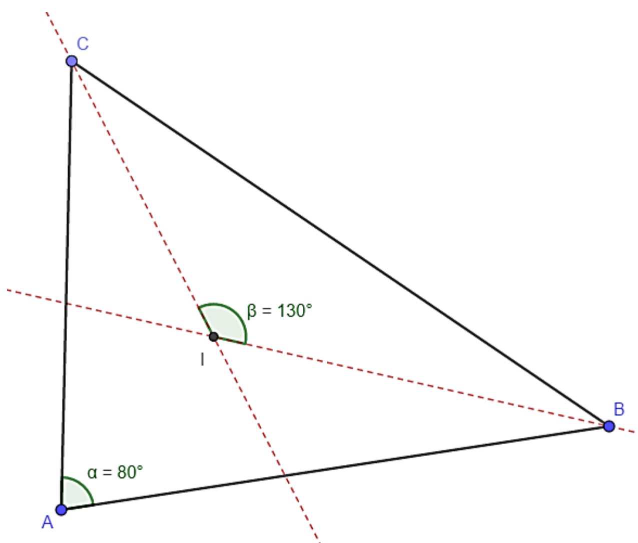
SEMESTRUL II

BISECTOAREA TRIUNGHIULUI

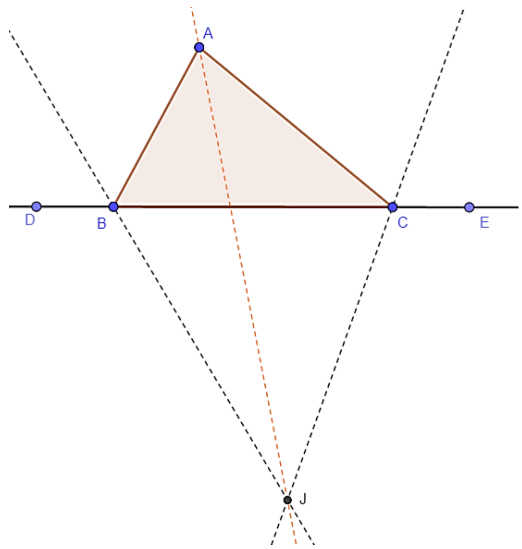
1. Construiți cercul înscris în triunghiul ABC dacă $AB = 6\ cm$, $m(\sphericalangle BAC) = 30°$ și $m(\sphericalangle ABC) = 100°$.



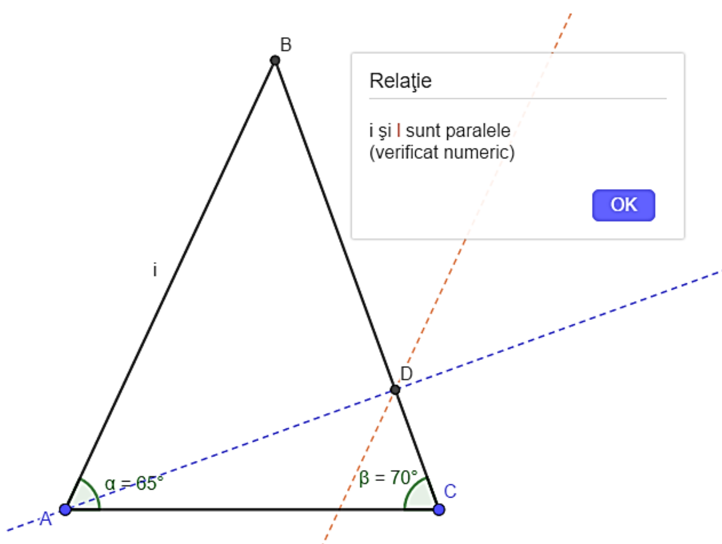
2. Fie triunghiul ABC în care $m(\sphericalangle BAC) = 80°$. Determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ABC$ și $\sphericalangle ACB$.



3. Dacă $\sphericalangle ABD$ și $\sphericalangle ACE$ sunt unghiuri exterioare triunghiului ABC și J este intersecția dintre bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABD$ și bisectoarea unghiului $\sphericalangle ACE$, arătați că J aparține bisectoarei unghiului $\sphericalangle BAC$

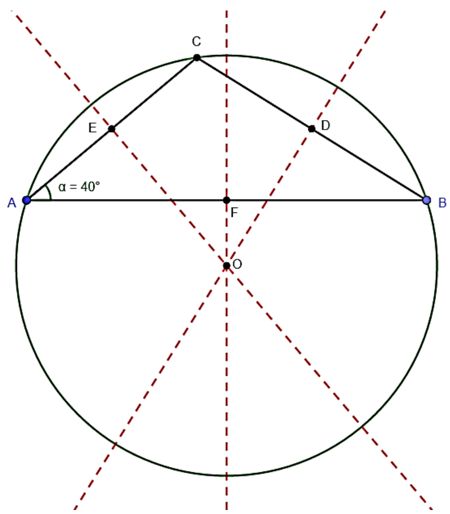


4. În triunghiul ABC $m(\sphericalangle BAC) = 65°$ și $m(\sphericalangle ACB) = 70°$, construim $AD \perp BC, D \in [BC]$. Arătați că, bisectoarea unghiului $\sphericalangle ADC$ este paralelă cu AB.

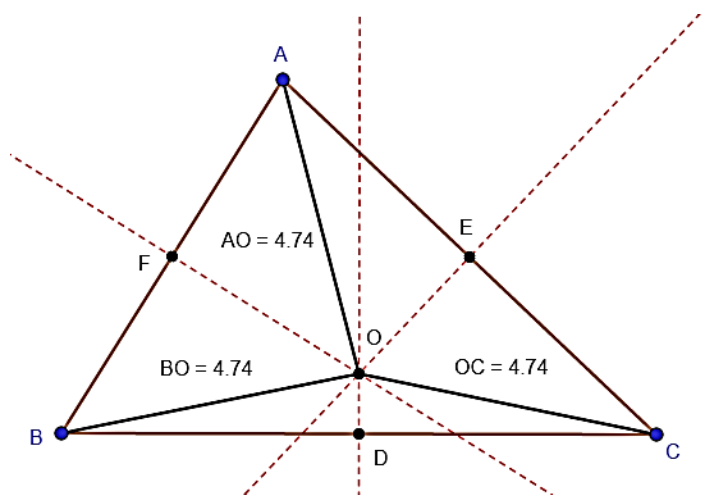


MEDIATOAREA TRIUNGHIULUI

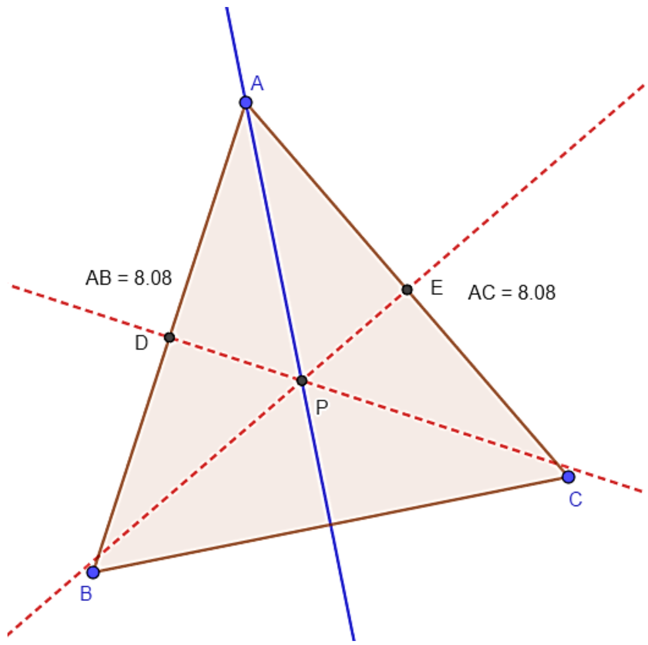
1. Construiți cercul circumscris al triunghiului ABC dacă $AB = 9\ cm$, $AC = 5\ cm$ și $m(\sphericalangle BAC) = 40°$.



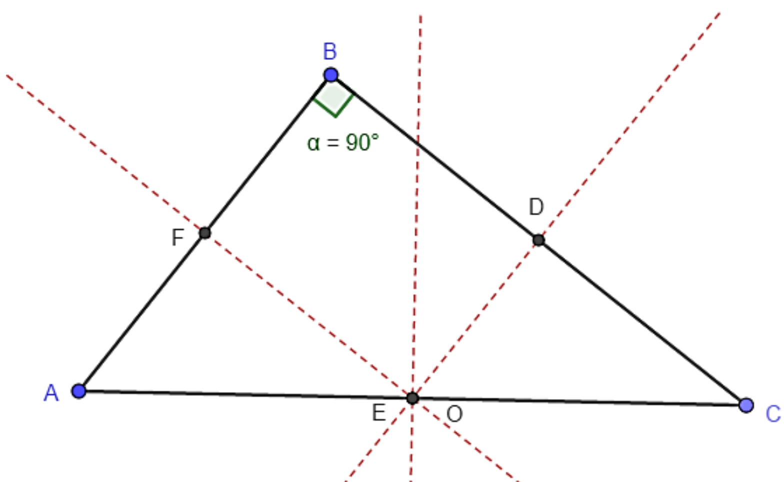
2. Demonstrați că punctul de intersecție al mediatoarelor unui triunghi este egal depărtat de vârfurile acestuia.



3. În triunghiul ABC mediatoarea lui AC și mediatoarea lui AB se intersectează într-un punct P. Dacă P aparține bisectoarei unghiului $\sphericalangle BAC$, arătați că $[AB] \equiv [AC]$.



3. Demonstrați că într-un triunghi dreptunghic centrul cercului circumscris coincide cu mijlocul ipotenuzei.

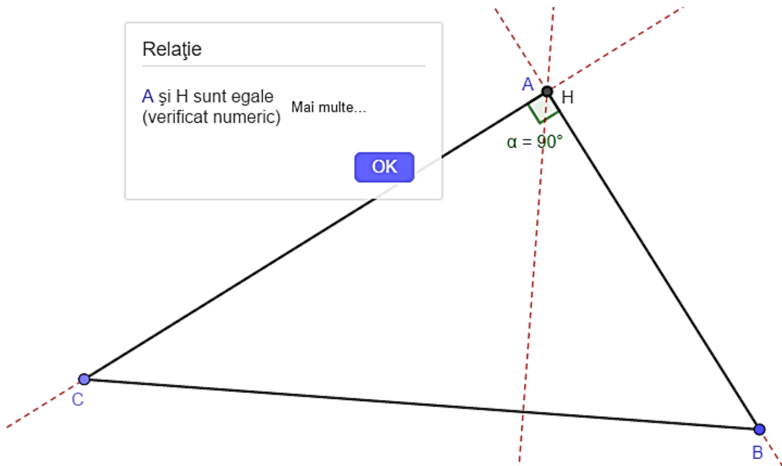


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

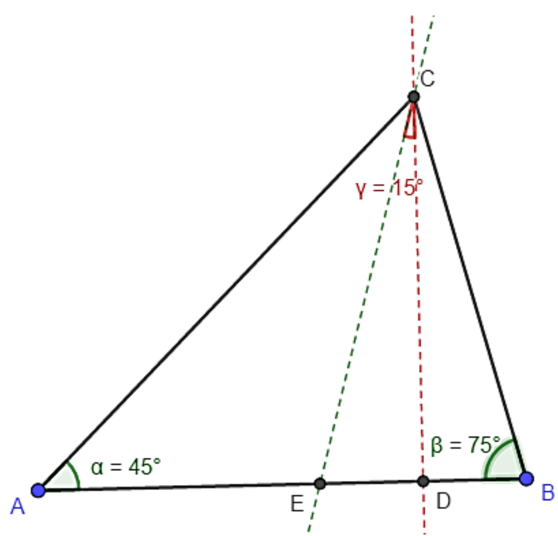
SEMESTRUL II

ÎNĂLȚIMEA TRIUNGHIULUI

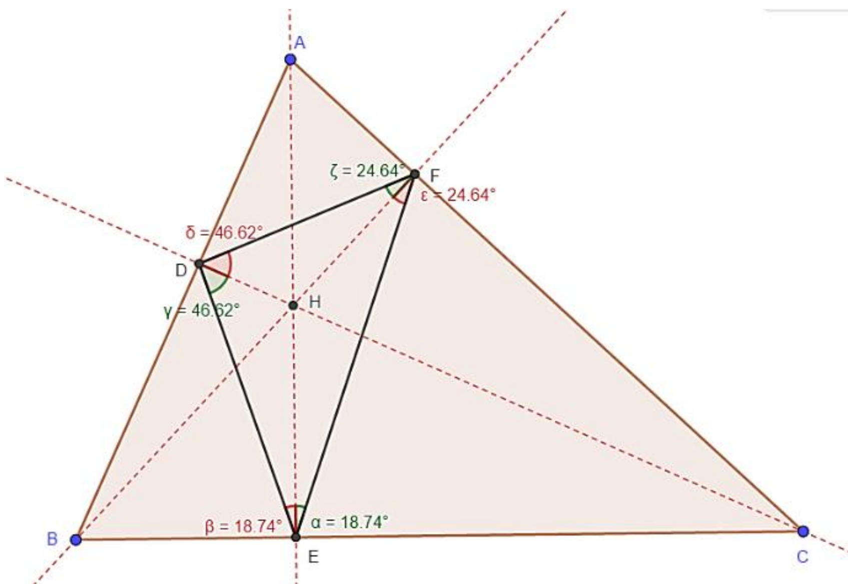
1. Se consideră triunghiul ABC dreptunghi în A. Demonstrați că punctul A este și ortocentrul triunghiului.



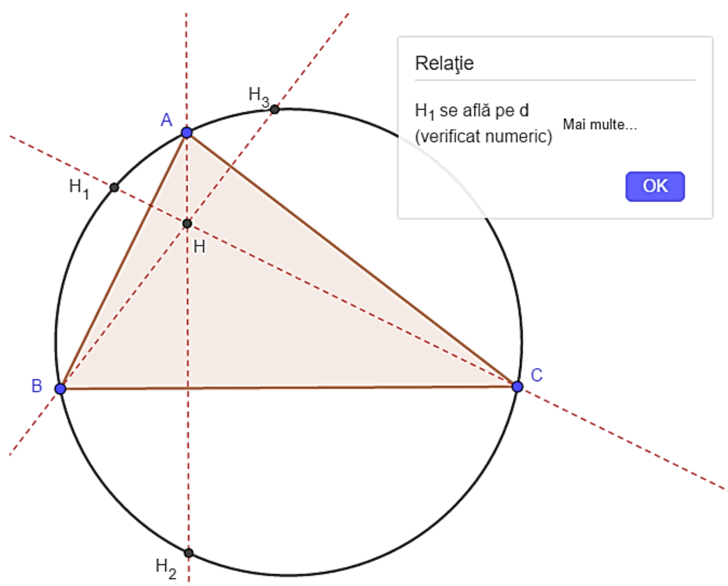
2. În triunghiul ABC $m(\sphericalangle ABC) = 75°$ și $m(\sphericalangle CAB) = 45°$. Calculați unghiul format de înălțimea $(CD$ și bisectoarea $(CE$, unde $D, E \in (AB)$.



3. Demonstrați că înălțimile triunghiului ABC sunt bisectoare în triunghiul format din picioarele înălțimilor.



4. Demonstrați că punctele simetrice ortocentrului în raport cu laturile triunghiului se află pe cercul circumscris triunghiului.

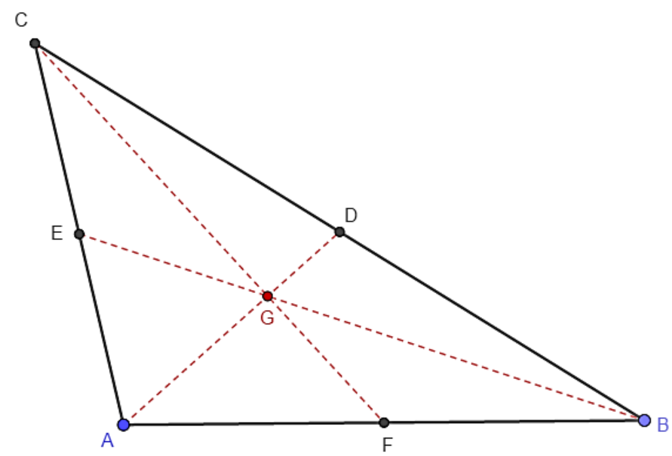


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

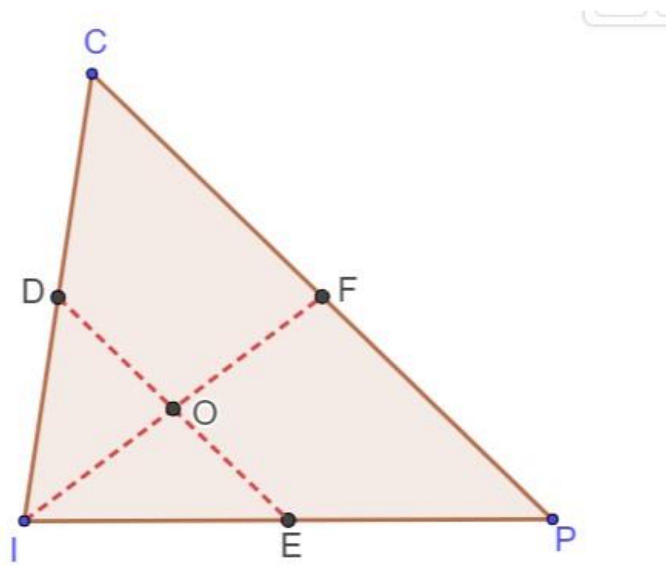
SEMESTRUL II

MEDIANELE TRIUNGHIULUI

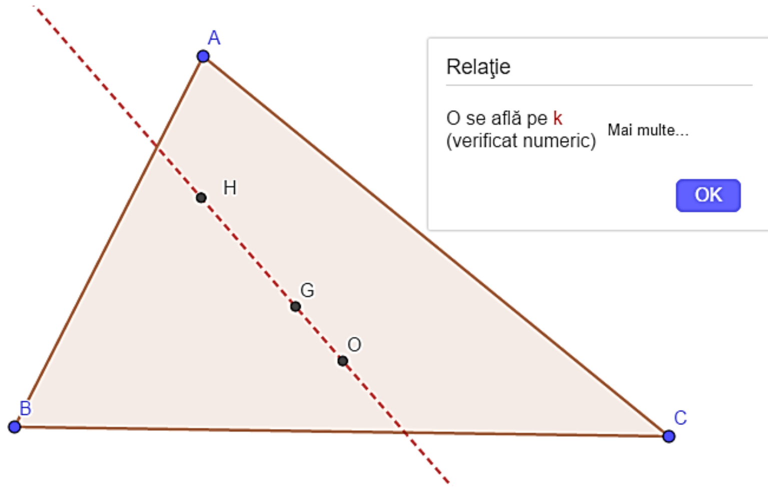
1. Construiți centrul de greutate al triunghiului cu laturile $6\ cm, 8\ cm$ și $11\ cm$.



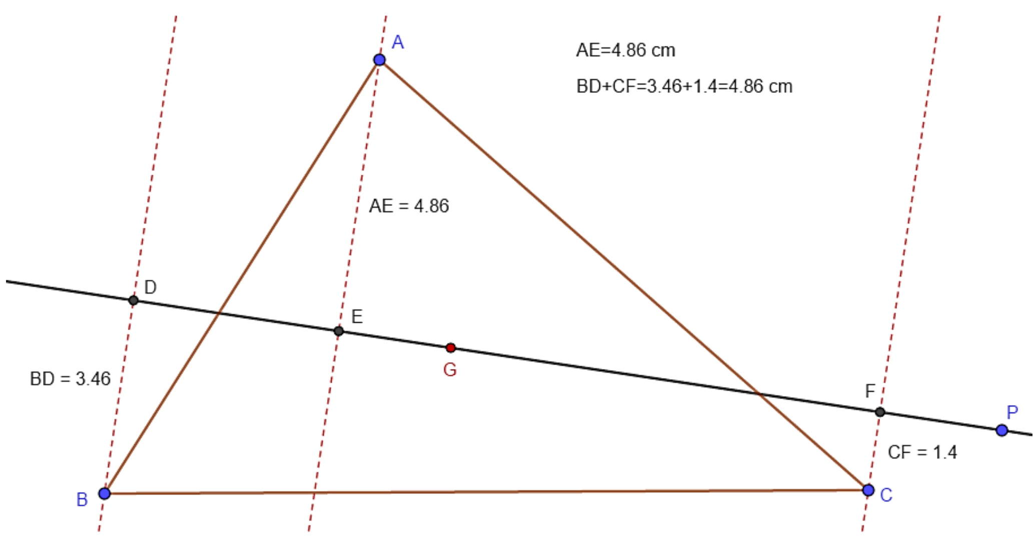
2. In triunghiul CIP punctele D, E, F sunt mijloacele laturilor CI, IP și CP. Dreptele DE și IF se intersectează în punctul O. Demonstrați că IO este mediana triunghiului IDE.



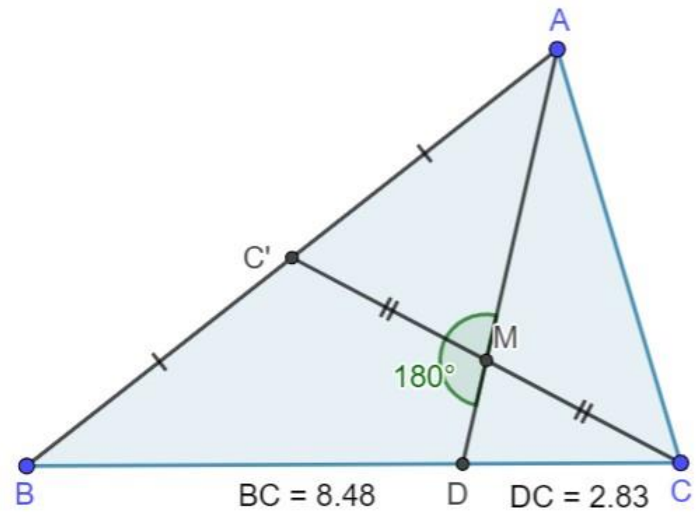
3. Demonstrați că ortocentrul, centrul de greutate și centrul cercului circumscris sunt coliniare.



4. Demonstrați că suma algebrică a distanțelor vârfurilor unui triunghi de la o dreaptă care trece prin centrul de greutate al triunghiului este zero.



5. În triunghiul ABC, D este un punct interior laturii BC astfel încât $\frac{DC}{BC} = \frac{1}{3}$. Dacă M este mijlocul medianei CC', unde C' este pe latura AB, arătați că punctele A, M și D sunt coliniare.

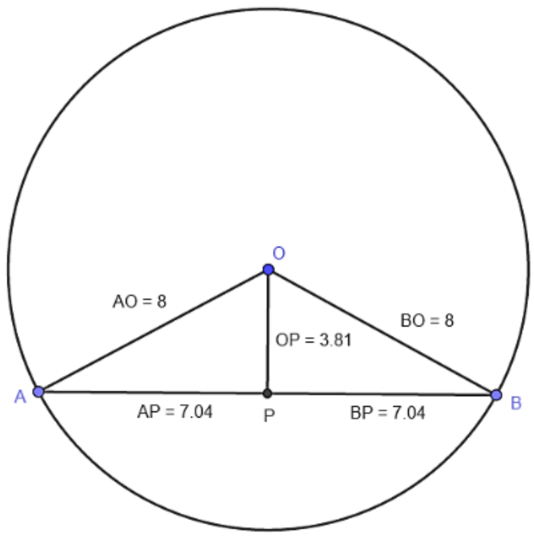


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

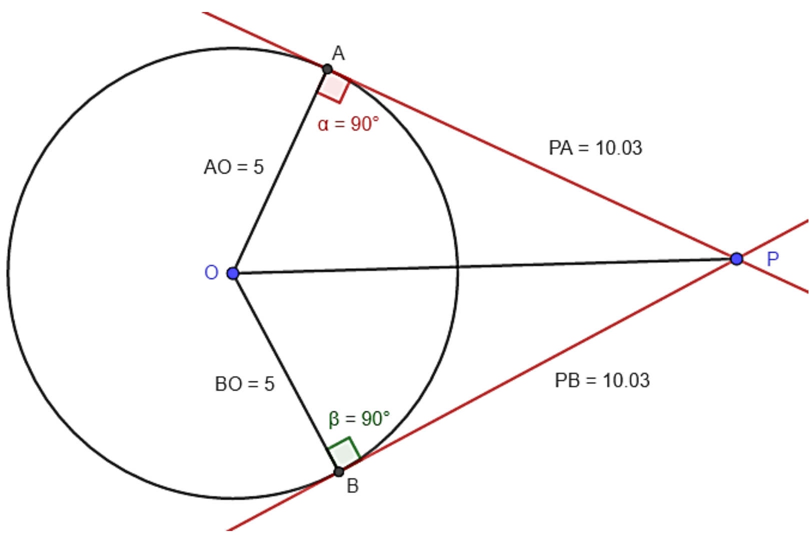
SEMESTRUL II

CONGRUENȚA TRIUNGHIURILOR OARECARE

1. Fie AB o coardă a cercului $C(O,r)$, iar punctul P mijlocul acesteia. Demonstrați că $\Delta AOP \equiv \Delta BOP$.

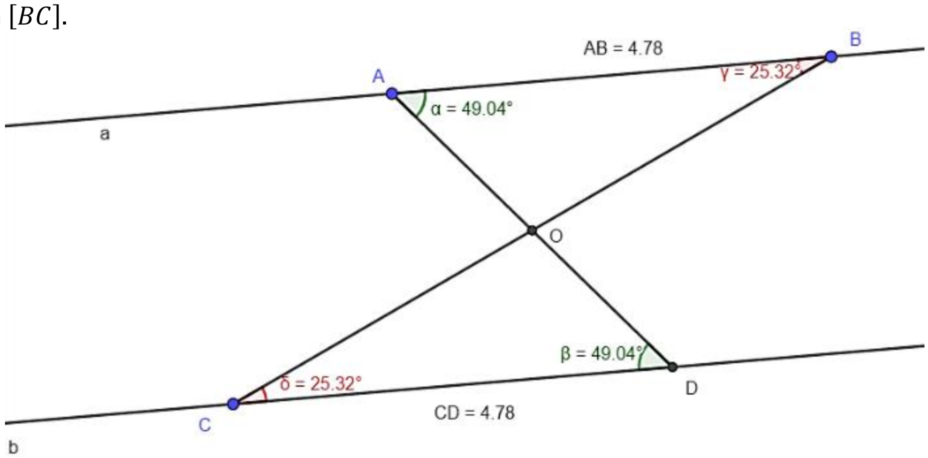


2. Fie PA și PB două tangente duse la cercul $C(O,r)$ din punctul P. Demonstrați că $\Delta AOP \equiv \Delta BOP$.

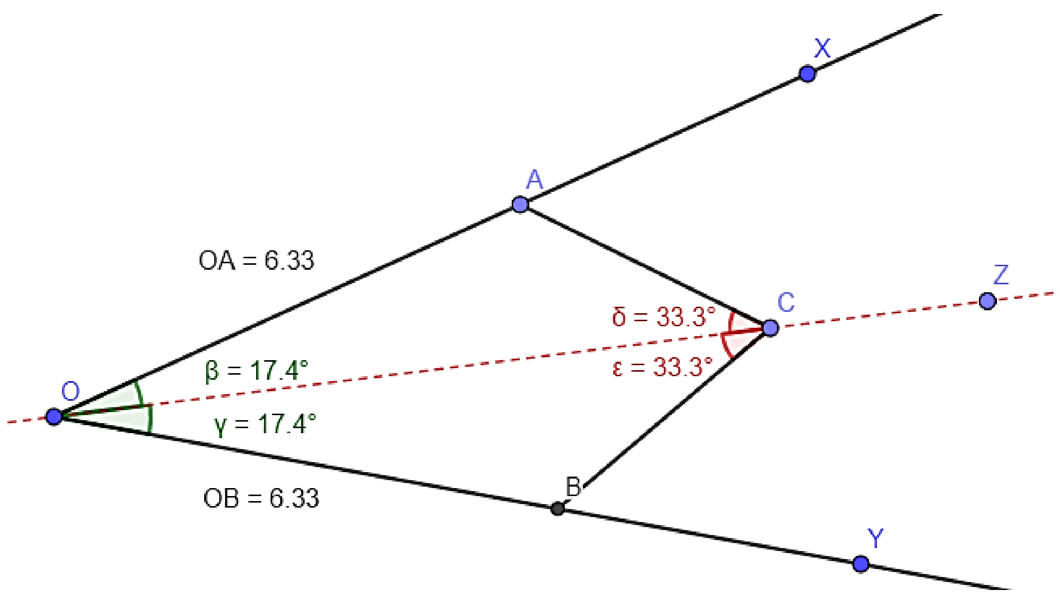


Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

3. Fie a și b două drepte paralele iar punctele $A, B \in a$ și $C, D \in b$, astfel încât $[AB] \equiv [CD]$. Demonstrați că $\Delta AOB \equiv \Delta COD$, unde $\{O\} = [AD] \cap [BC]$.



4. Fie $[OZ$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle XOY$. Se consideră $A \in [OX$, $B \in [OY$, $C \in [OZ$ astfel încât $[OA] \equiv [OB]$. Arătați că $\Delta OAC \equiv \Delta OBC$.

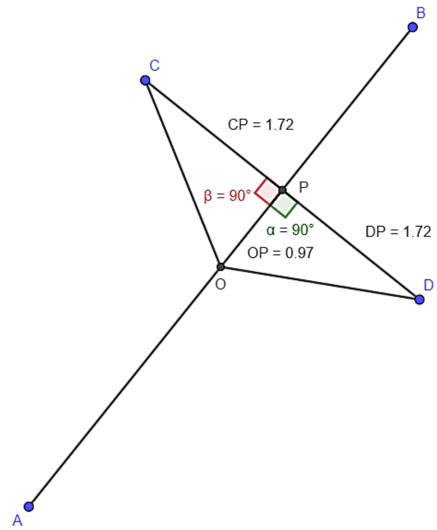


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

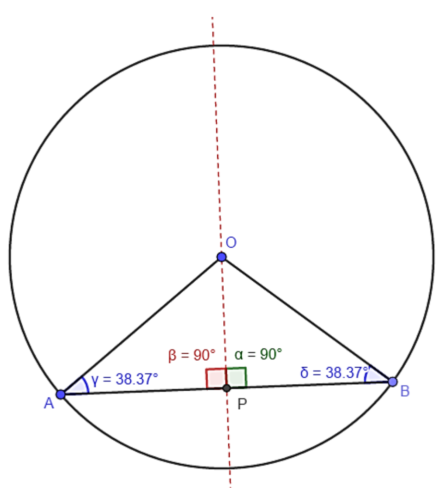
SEMESTRUL II

CONGRUENȚA TRIUNGHIURILOR DREPTUNGHIC

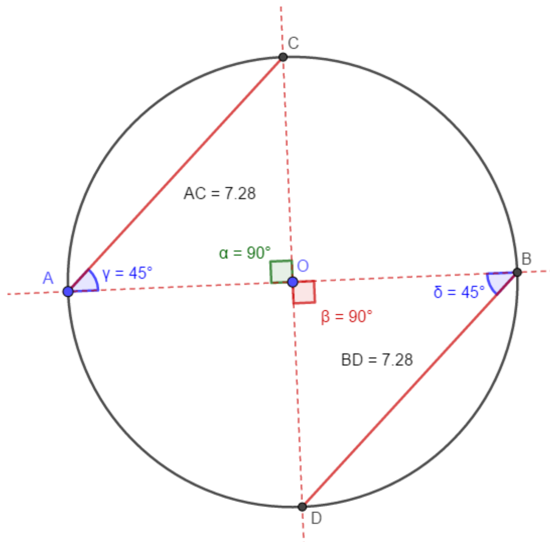
1. Fie O mijlocul segmentului AB și $C \notin AB$. Dacă D este simetricul punctului C față de AB, arătați că $\Delta POC \equiv \Delta POD$, unde $\{P\} = [AB] \cap [CD]$.



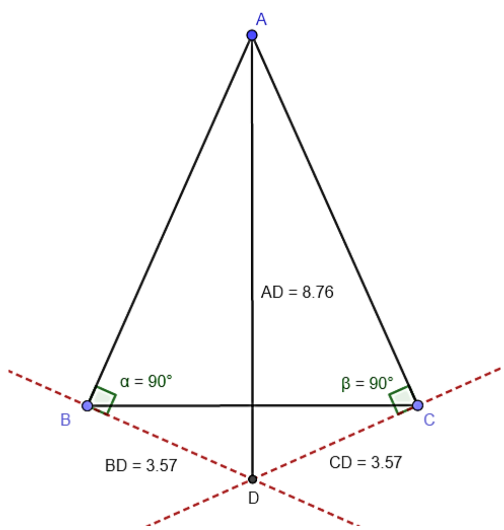
2. Fie AB o coardă a cercului $C(O,r)$, iar punctul P piciorul perpendicularei duse din O pe coardă. Demonstrați că $\Delta AOP \equiv \Delta BOP$.



3. Fie AB și CD două diagonale perpendiculare în cercul $C(O, r)$. Demonstrați că $\Delta AOC \equiv \Delta BOD$.



4. În triunghiul ABC avem $[AB] \equiv [AC]$. Notăm cu D intersecția dintre perpendiculara pe AB în B și perpendiculara pe AC în C. Arătați că $\Delta ADB \equiv \Delta ADC$.

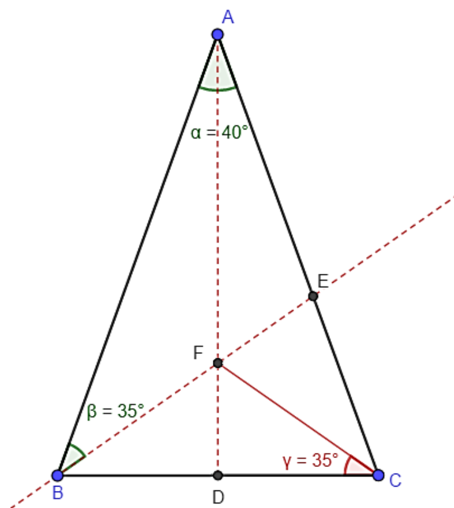


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

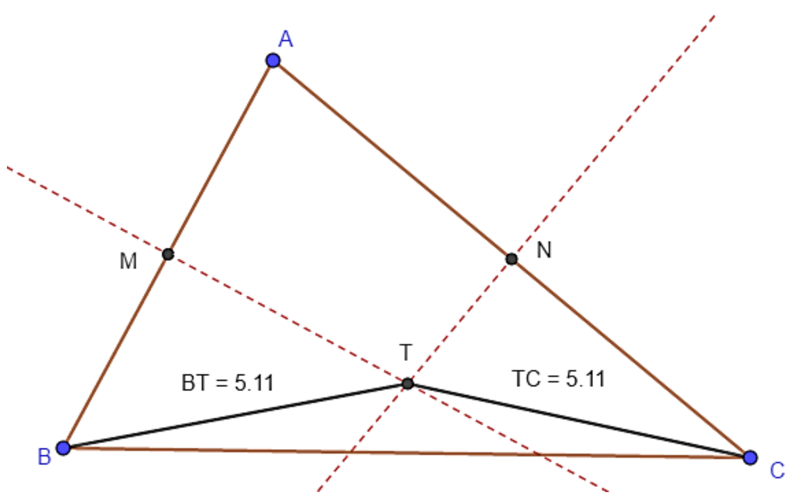
SEMESTRUL II

TRIUNGHIUL ISOSCEL

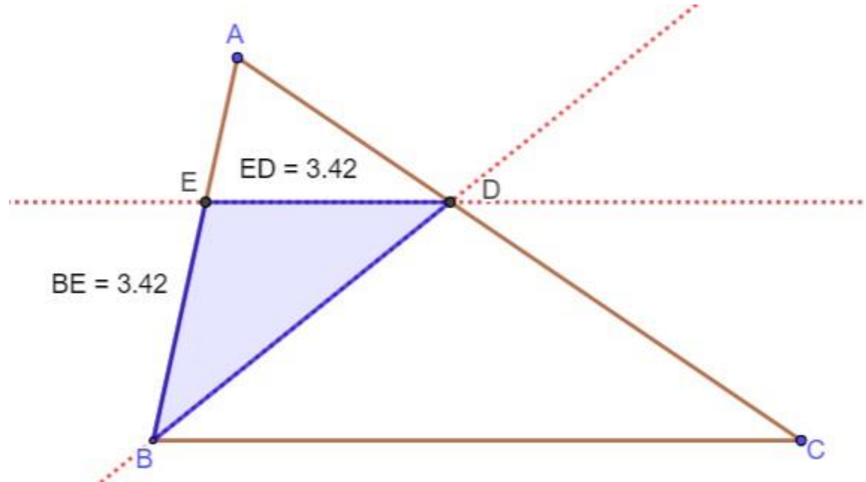
1. În triunghiul isoscel ABC cu $[AB] \equiv [AC]$ și $m(\sphericalangle BAC) = 40°$ notăm cu D mijlocul lui $[BC]$. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABC$ intersectează $[AC]$ în E iar $AD \cap BE = \{F\}$. Aflați măsurile unghiurilor $\sphericalangle ABE$ și $\sphericalangle BCF$.



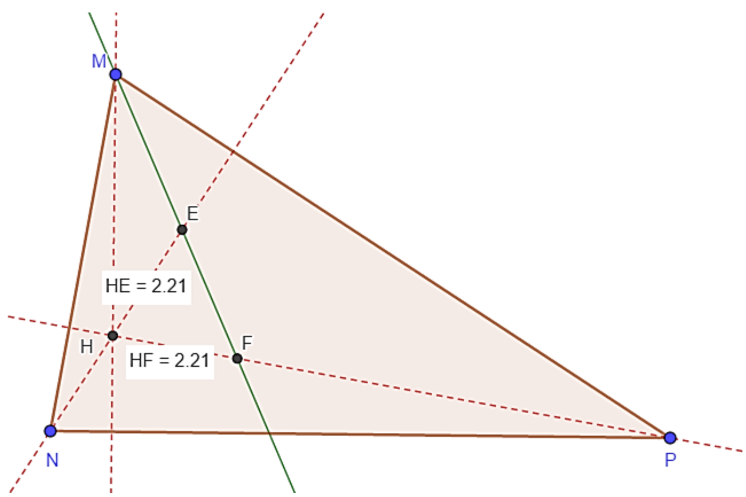
2. În triunghiul ΔABC TM și TN sunt mediatoarele laturilor $[AB]$ respectiv $[AC]$ unde $M \in [AB]$ și $N \in [AC]$. Demonstrați că triunghiul ΔTBC este isoscel.



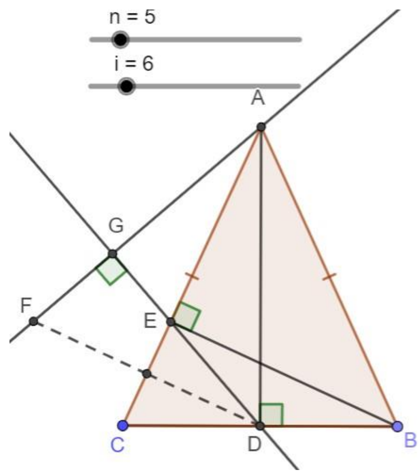
3. În triunghiul ΔABC, $(BD$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABC$, $D \in (AC)$, iar $DE \parallel BC$, unde $E \in (AB)$. Demonstrați că triunghiul ΔBED este isoscel.



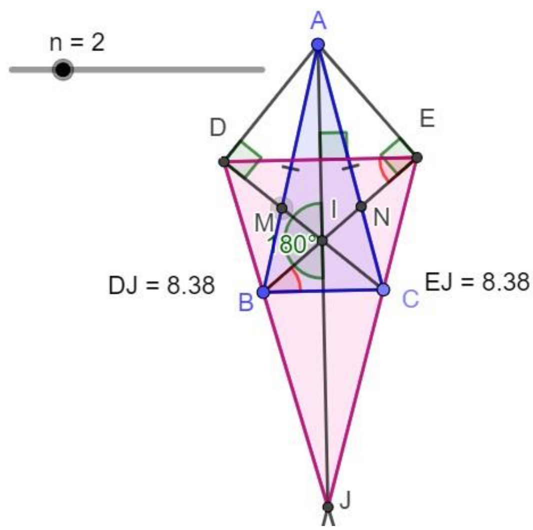
4. În triunghiul MNP, H este ortocentrul, iar bisectoarea unghiului $\sphericalangle M$ intersectează înălțimile duse din N și P în punctele E și F. Arătați că ΔHEF este isoscel.



5. Se consideră triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$, în care se duc înălțimile AD și BE, unde D și E sunt puncte pe segmentele BC, respectiv AC. Dacă F este simetricul punctului D față de AC, să se arate că dreptele DE și AF sunt perpendiculare.



6. Fie triunghiul ABC ascuțitunghic, cu $AB = AC \neq BC$. Pe laturile AB și AC se consideră punctele M respectiv N astfel încât $BM = CN$. Picioarele perpendicularelor din punctul A pe dreptele CM și BN se notează cu D respective E. Arătați că:
   a) $AI \perp DE$, unde $BE \cap CD = \{I\}$.
   b) Triunghiul DEJ este isoscel, unde $\{J\} = BD \cap CE$.
   c) Punctele A, I, J sunt coliniare.
   d) $DE \parallel BC$.

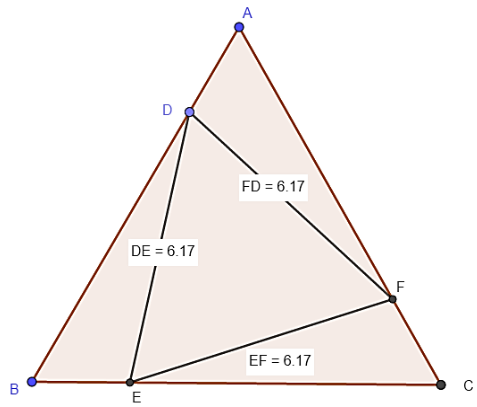


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

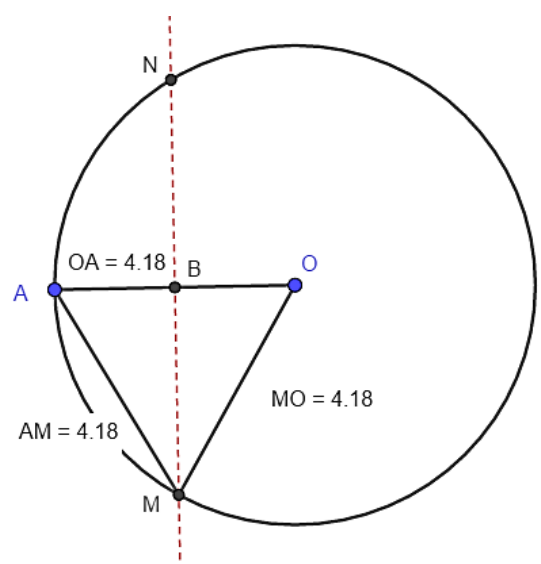
SEMESTRUL II

TRIUNGHIUL ECHILATERAL

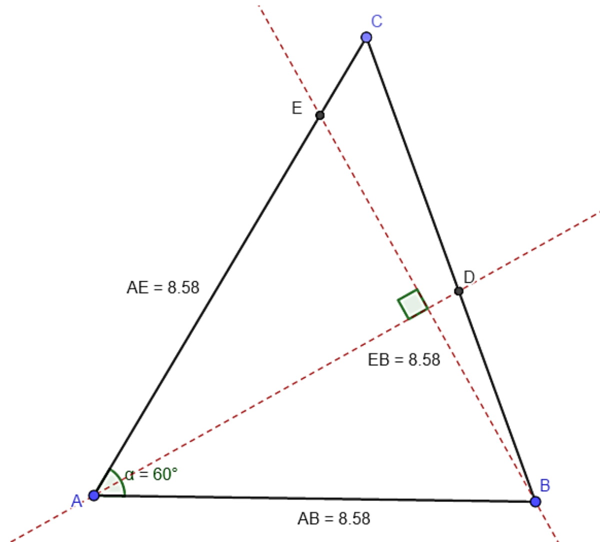
1. Pe laturile triunghiului echilateral ABC fixăm punctele E, D și F astfel încât $[AD] \equiv [BE] \equiv [CF]$. Demonstrați că triunghiul DEF este echilateral.



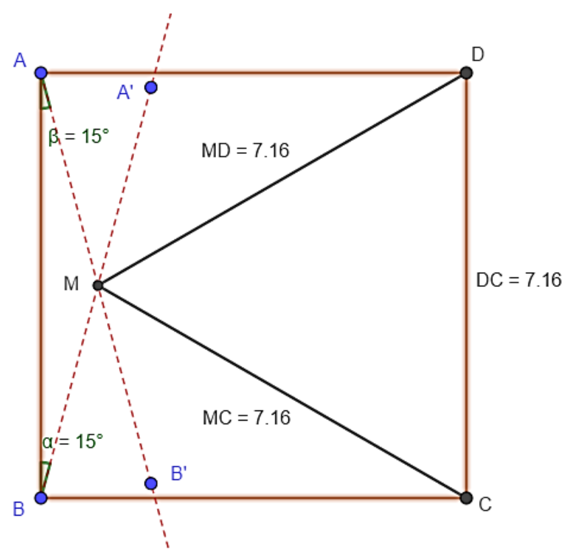
2. Fie $[OA]$ raza cercului $C(O, r)$, iar mediatoarea acestuia intersectează cercul în punctele M și N. Demonstrați că, triunghiul ΔOAM este echilateral.



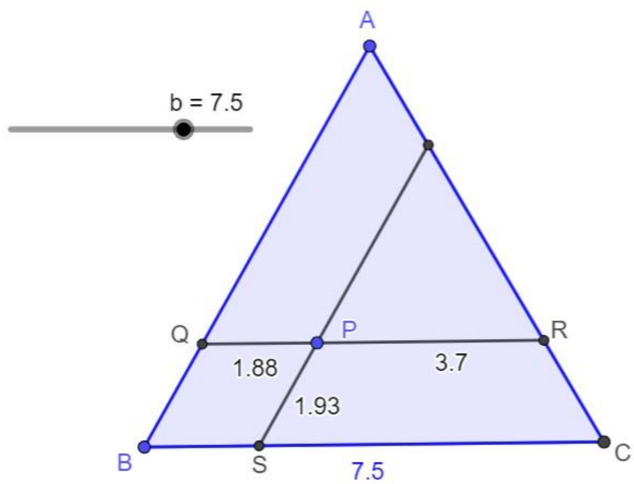
3. În triunghiul ΔABC, avem $m(\sphericalangle BAC) = 60°$, $D \in (BC)$, $E \in (AC)$ astfel încât $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle CAD$, și $BE \perp AD$. Arătați că ΔABE este echilateral.



4. În interiorul pătratului $ABCD$ fie punctul M astfel încât $m(\sphericalangle ABM) = m(\sphericalangle BAM) = 15°$. Demonstrați că triunghiul MCD este echilateral.



5. Se consideră un punct P în interiorul triunghiului echilateral ABC și $QR \parallel BC$, $PS \parallel AB$, unde P, Q, R și S sunt puncte pe segmentele $[QR], [AB], [AC]$, respectiv $[BC]$. Să se arate că suma $PQ + PR + PS$ este constantă.

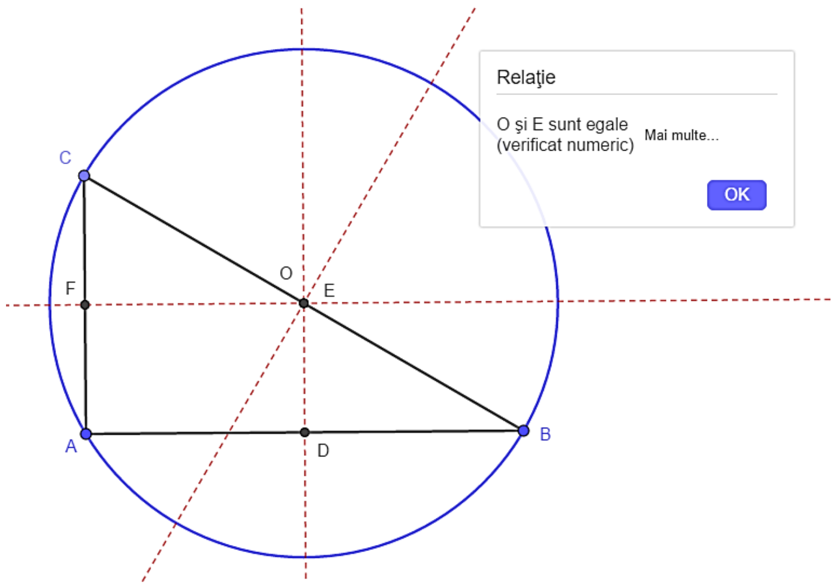


$$AB = AC = BC = 7.5$$

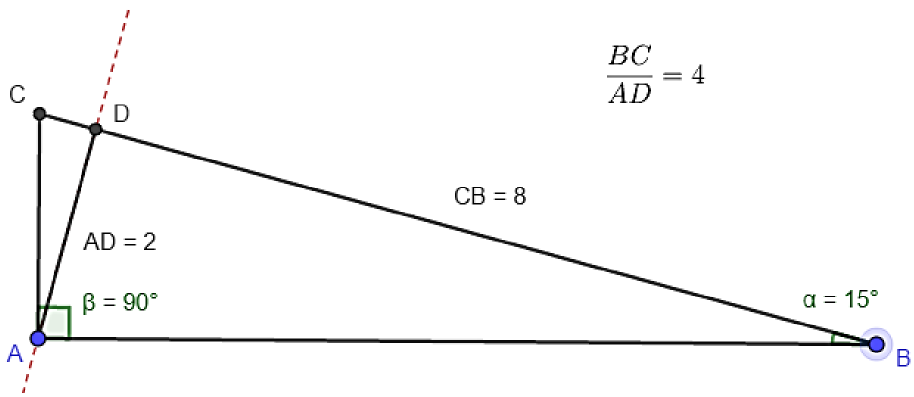
$$PQ + PR + PS = 1.88 + 3.7 + 1.93 = 7.5$$

TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC

1. Demonstrați că centrul cercului circumscris unui triunghi dreptunghic coincide cu mijlocul ipotenuzei acestuia.

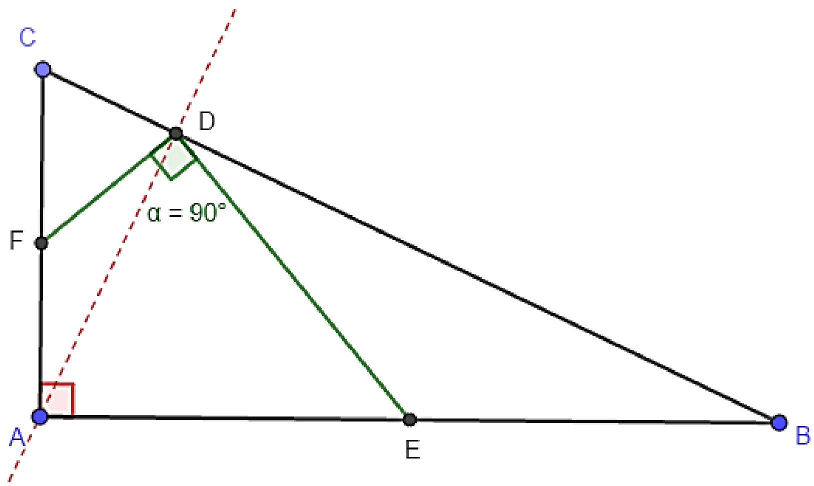


2. În ΔABC avem $m(\sphericalangle BAC) = 90°$, $m(\sphericalangle ACB) = 15°$, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Arătați că $AD = \frac{BC}{4}$.

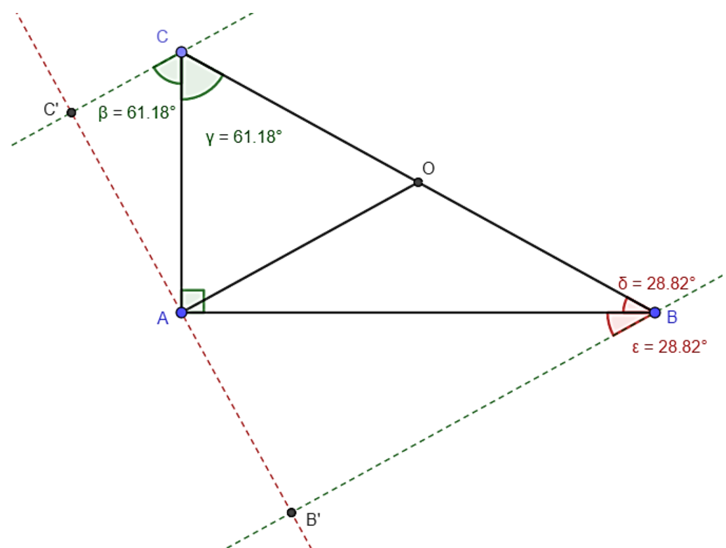


Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

3. În ΔABC avem $m(\sphericalangle BAC) = 90°$, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$, punctele E și F sunt mijloacele laturilor $[AB]$ respectiv $[AC]$. Demonstrați că $ED \perp DF$.



4. ABC este un triunghi dreptunghic în A, iar O este mijlocul lui $[BC]$. Perpendiculara în A pe dreapta AO intersectează paralelele prin C și B la dreapta AO în C' și B'. Demonstrați că $[CA$ este bisectoarea $\sphericalangle OCC'$ și $[BA$ este bisectoarea $\sphericalangle OBB'$.

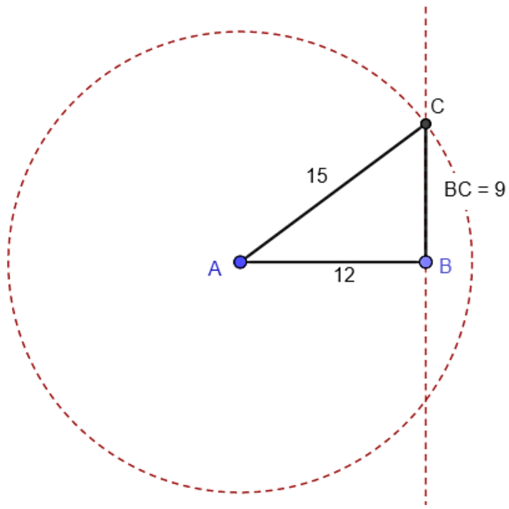


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

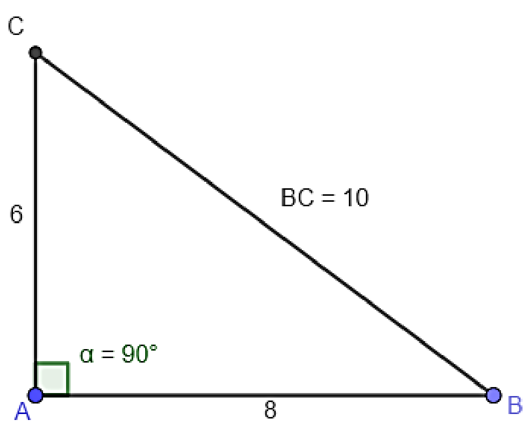
SEMESTRUL II

TEOREME LUI PITAGORA

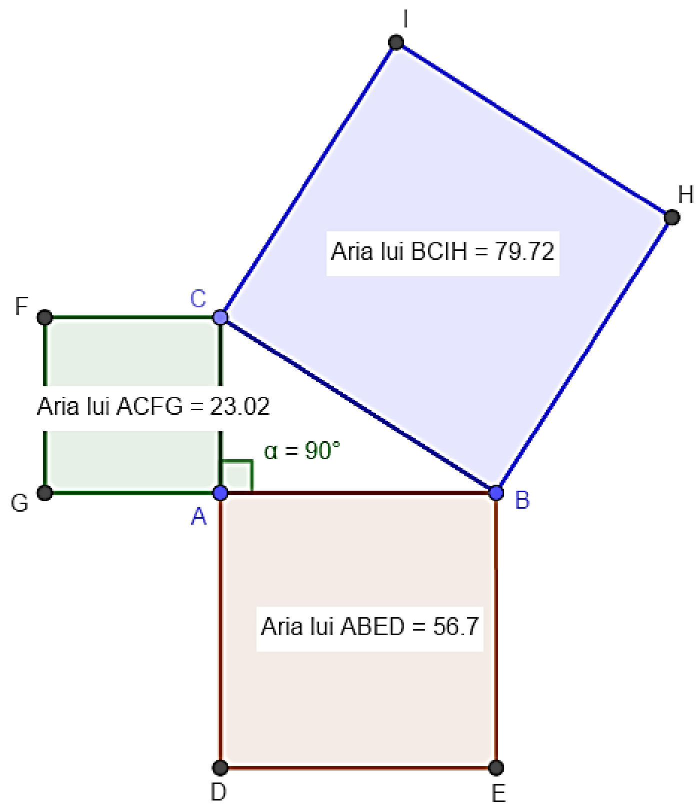
1. Cateta și ipotenuza unui triunghi dreptunghic este de $12\ cm$ respectiv $15\ cm$. Calculați lungimea celeilalte catete.



2. Vârful unui stâlp, așezat perpendicular pe suprafața pământului, înalt de $6\ m$ trebuie legat cu sârmă de un punct aflat la $8\ m$ de baza acestuia. Calculați lungimea sârmei!

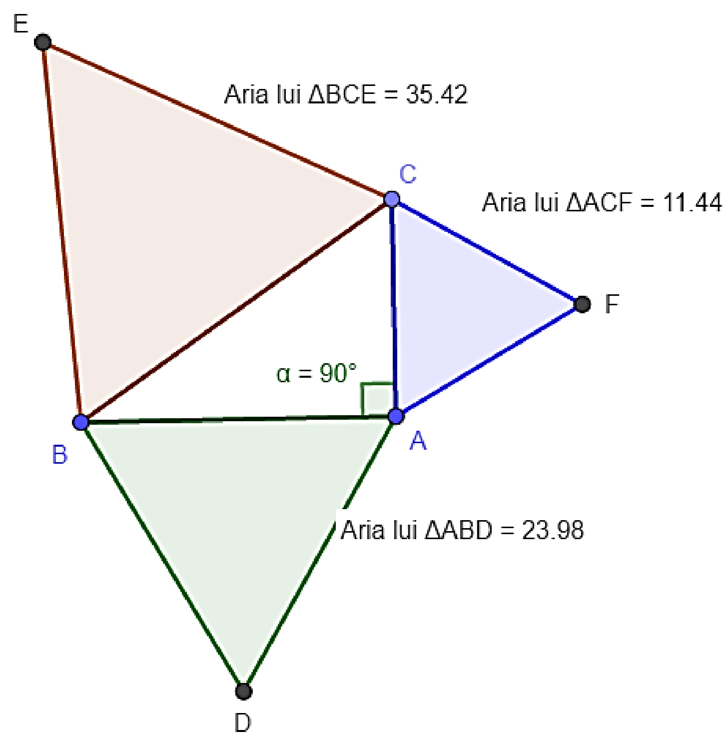


3. Fie ABC un triunghi dreptunghic. Demonstrați că suma ariilor pătratelor construite pe catetele triunghiului este egală cu aria pătratului construit pe ipotenuză.



$$A_{ABED} + A_{ACFG} = 56.7 + 23.02 = 79.72\ cm^2$$

4. Fie ABC un triunghi dreptunghic. Demonstrați că suma ariilor triunghiurilor echilaterale construite pe catetele triunghiului este egală cu aria triunghiului echilateral construit pe ipotenuză.



$$A_{ABD} + A_{ACD} = 23.98 + 11.44 = 35.42\ cm^2$$

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VI-a

SEMESTRUL II

BIBLIOGRAFIE

1. Perianu, M., Stănică, C., Smărăndoiu, Ș. *Matematică, clasa a V-a* Editura ART Educațional, București, 2018.
2. Zaharia, D., Zaharia, M., Peligrad, P., *Matematică, clasa a V-a*, Editura Paralela 45, București, 2019.