Digitaliada

Fundația orange

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra

Clasa a VII a

Semestrul I

Material realizat în cadrul programului Digitaliada, cu contribuția profesorilor de matematică din școlile incluse în program, sub coordonarea Expertului Educațional Adina Roșca

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

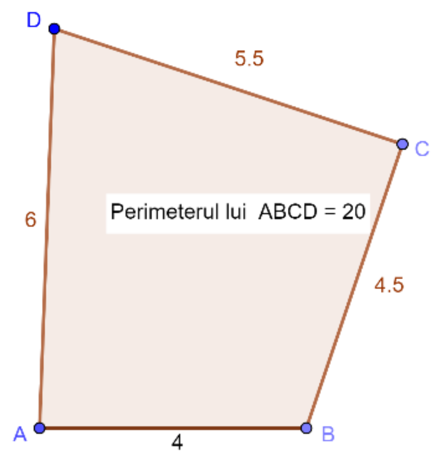
Cuprins

PATRULATERUL

Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex

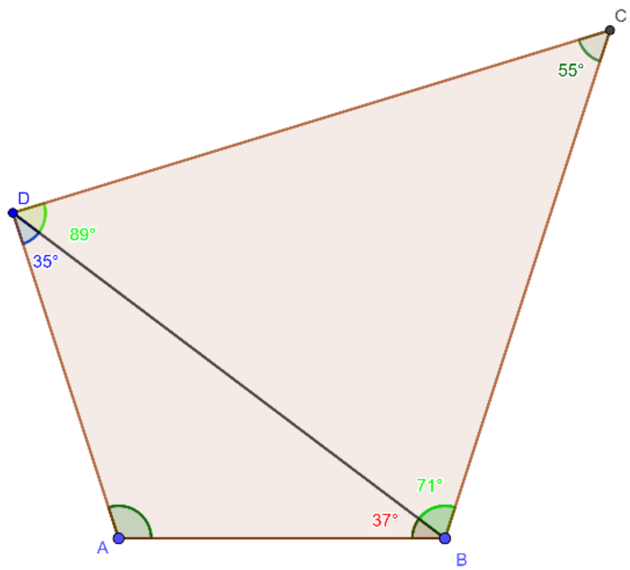
1.Construiți patrulaterul convex ABCD, cu AB = 4 cm, BC = 4,5 cm, CD = 5,5 cm DA = 6 cm și calculați perimetrul acestuia.

Figură:



2. În patrulaterul convex $ABCD$ se dau: $m\sphericalangle ABC) = 108°$, $m(\sphericalangle BAD)$ = 108°, $m(\sphericalangle ABD)$ = 37°, $m(\sphericalangle BDC)$ = 54°. Calculați măsurile unghiurilor $\sphericalangle DBC$, $\sphericalangle BDA$, $\sphericalangle ADC$, $\sphericalangle BCD$.

Figură:



3. Construiți patrulaterul convex $ABCD$, știind că AB∥CD, AB = 10 cm, BC = 5 cm, m(∡B) = 80° și AD⊥ AB. Aflați măsurile unghiurilor ∡BCD și ∡ADC.

Figură:

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

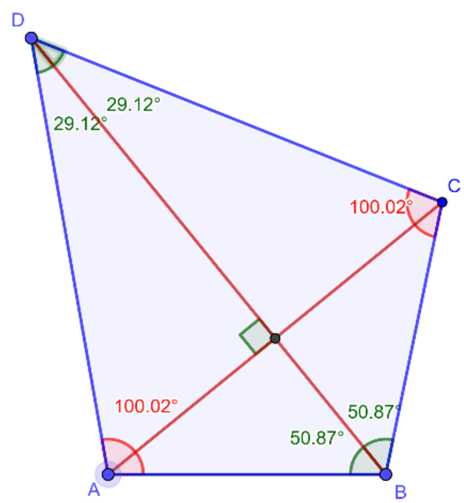
4. Patrulaterul ABCD are două perechi de laturi consecutive congruente, [AB]≡[BC] si [CD]≡[DA]. Demonsrați că:

a) [BD este bisectoarea unghiurilor ∡ABC și ∡ADC;

b) ∡A ≡ ∡C;

c) AC ⊥ BD.

Figură:



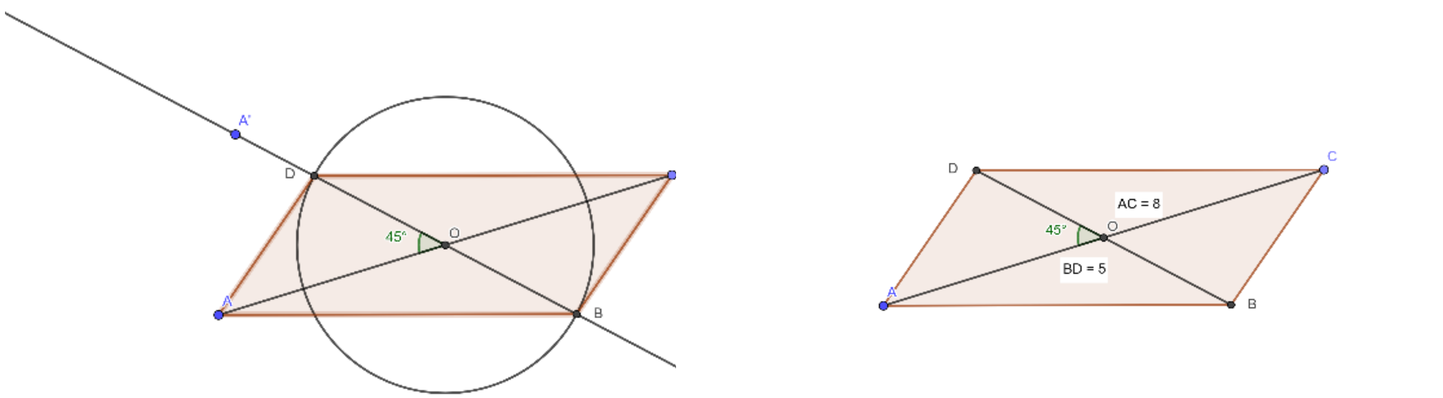
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Paralelogramul; proprietăți

1. Constuiți paralelogramul $ABCD$, cu $AC = 8\ cm, BD = 5cm$ și $m(\sphericalangle AOD) = 40°$, unde $\{O\} = AC \cap BD$. Aflați perimetrul și măsurile unghiurilor paralelogramului.

Figură:

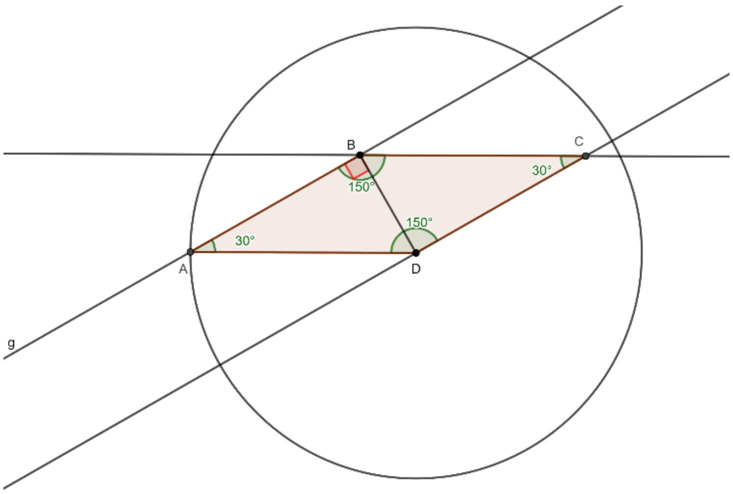


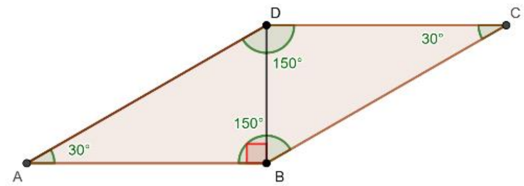
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

2. Fie paralelogramul ABCD. Calculați măsurile unghiurilor paralelogramului, știind că DB ⊥ AB și AD = 2BD.

Figură:



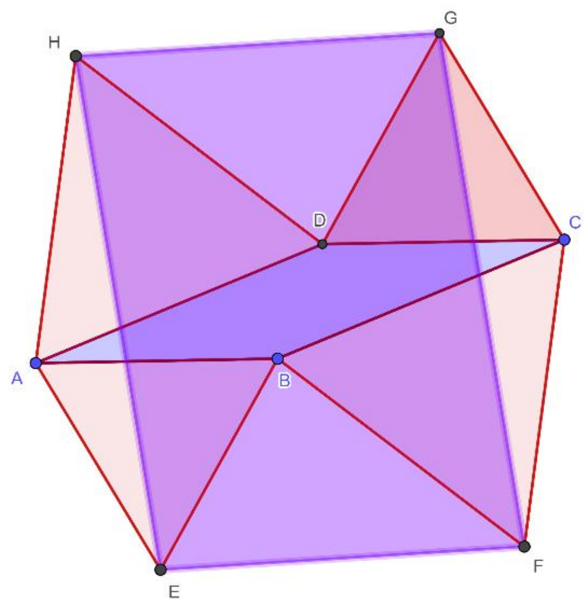


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

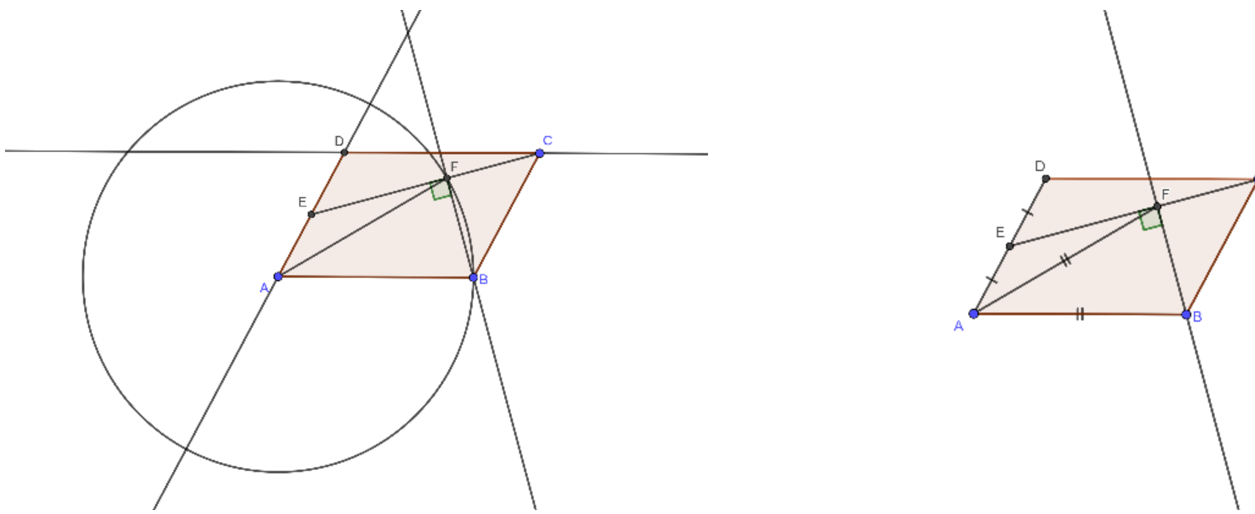
3. În exteriorul paraleogramului ABCD se construiesc triunghiurile echileterale ABE, BCF, CDG și DAH. Arătați că EFGH este paralelogram.

Figură:



4. Fie ABCD un paralelogram, punctul E mijlocul laturii AD și punctul F pe segmentul EC astfel încât AF = AB. Demonstrați că BF ⊥ EC.

Figură:



Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

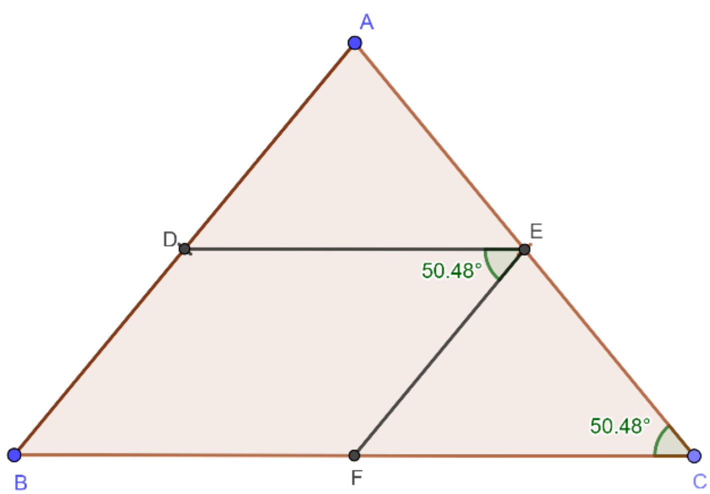
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Linia mijlocie în triunghi. Centrul de greutate al unui triunghi

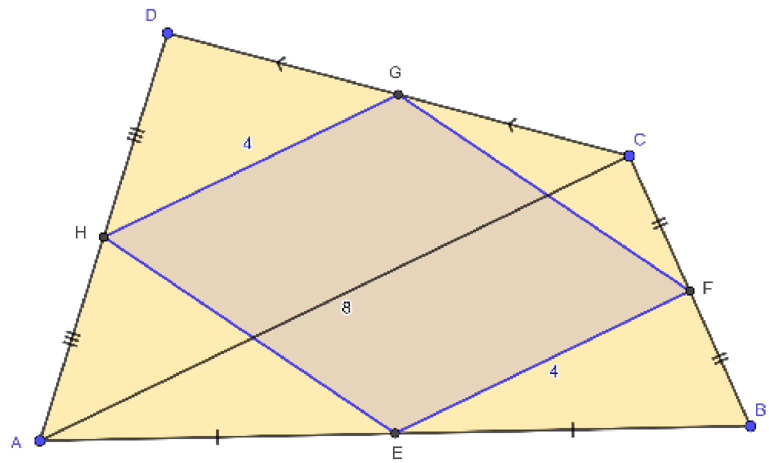
1. În triunghiul isoscel ABC, cu [AB] ≡ [AC], punctele D, E și F sunt mijloacele laturilor AB, BC, respectiv AC. Demonstrați că ∢DEF ≡ ∢ ACB.

Figură:



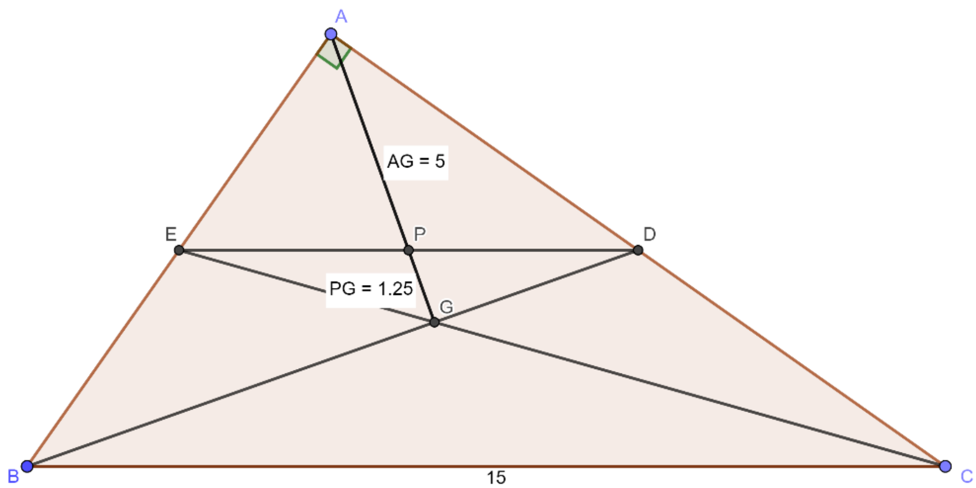
2. Demonstrați că mijloacele laturilor unui patrulater convex sunt vârfurile unui paralelogram.

Figură:



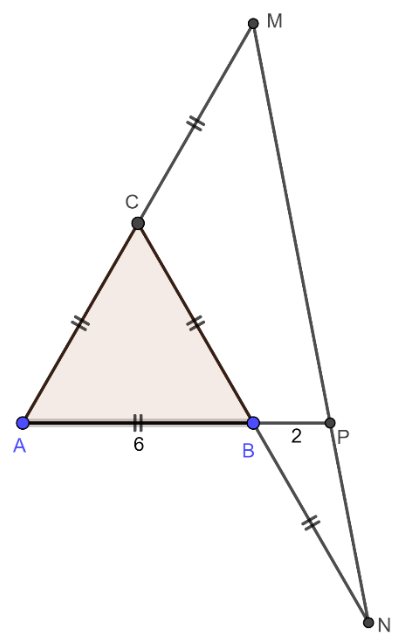
3. În triunghiul dreptunghic ABC, cu m(∢A)=90°, se consideră medianele [CE] și [BD], E ∈ (AB) și D ∈ (AC), care se intersectează în punctul G. Dacă BC=15 cm și AG ∩ ED ={P}, calculați lungimile segmentelor [AG] și [PG].

Figură:



4. Se consideră triunghiul echilateral ABC. Pe prelungirile laturilor (AC) și (BC) se consideră punctele M și N, astfel încât C ∈ (AM), B ∈ (CN) și CM = BN = AB. Dacă AB ∩ MN = P, arătați că AB = 3BP.

Figură:



Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

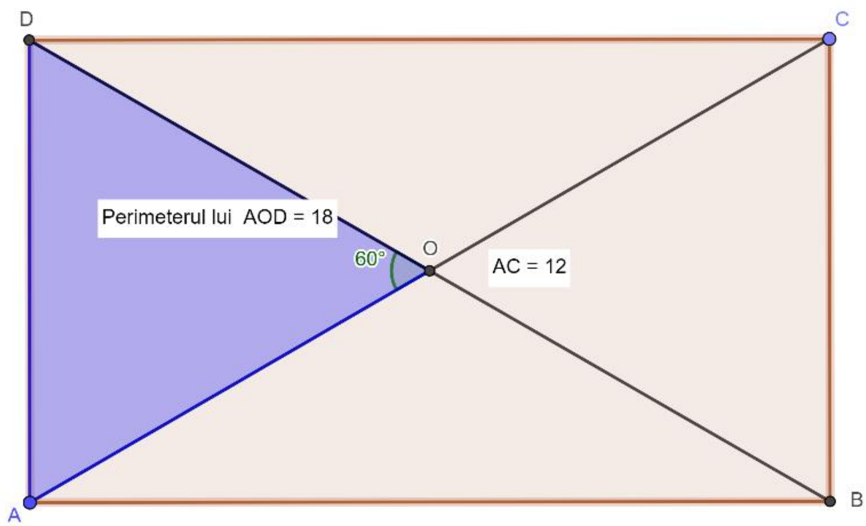
Semestrul I

PATRULATERE PARTICULARE

Dreptunghiul. Proprietăți

1. Fie dreptunghiul ABCD, AC ∩ BD = {O}, cu $m(\sphericalangle AOD)=60°$ și AC = 12 cm. Calculați perimetrul triunghiului AOD.

Figură:

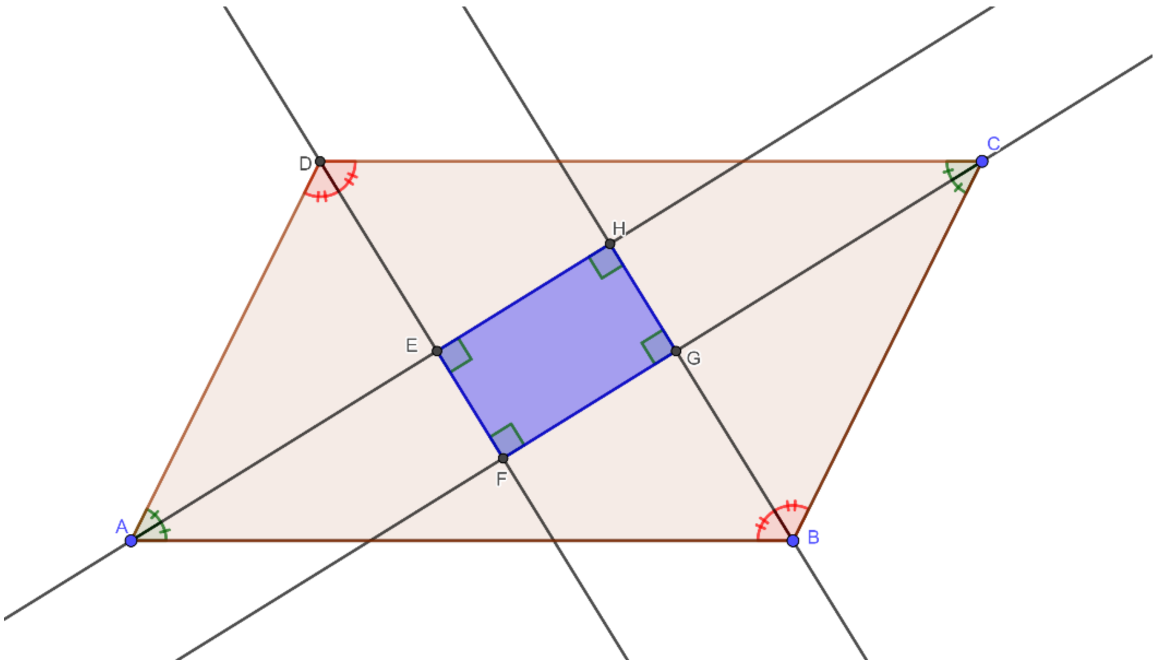


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

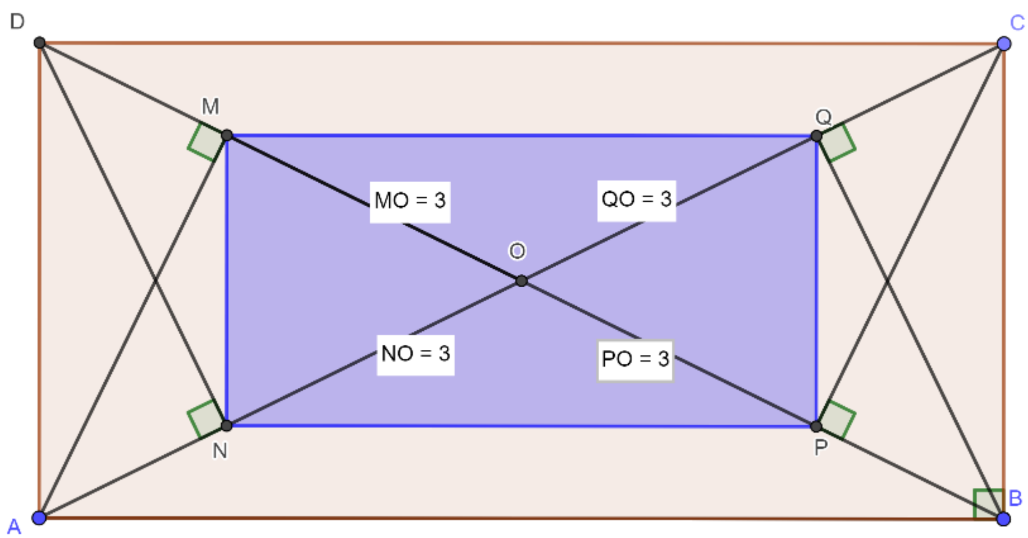
Semestrul I

2. Demonstrați că punctele de intersecție a bisectoarelor unghiurilor unui paralelogram sunt vârfurile unui dreptunghi.

Figură:



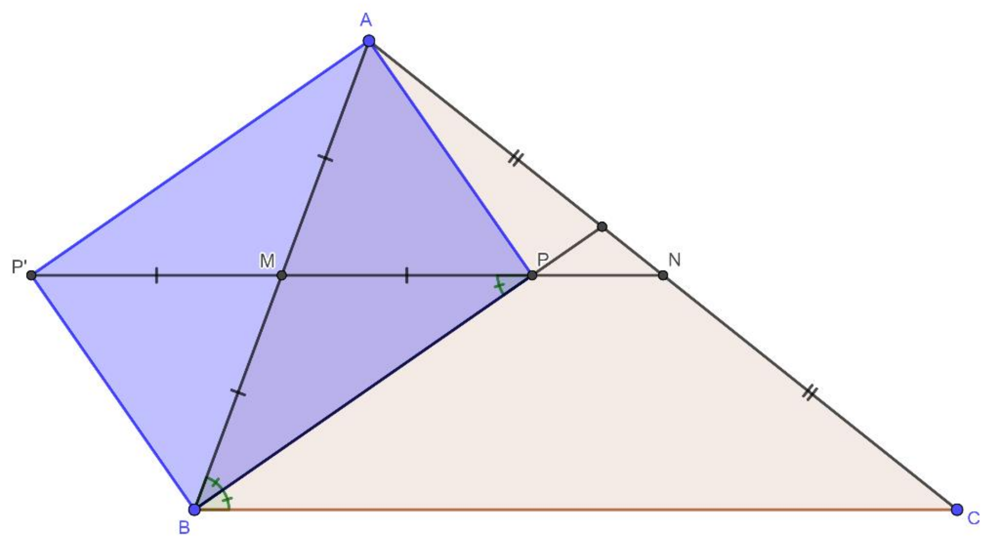
3. Fie dreptunghiul ABCD, cu AC ∩ BD =O. [AM] și [DN] sunt înălțimi în triunghiul AOD, cu M∈DO și N∈AO, iar [CP] și [BQ] sunt înălțimi în triunghiul BOC, cu P∈BO și Q∈CO. Demonstrați că MNPQ este dreptunghi.



Figură:

4. Fie M și N mijloacele laturilor (AB) și (AC) ale triunghiului ABC, iar P punctul de intersecție a bisectoarei unghiului ∢ABC cu dreapta MN. Dacă P’ este simetricul lui P față de M, arătați că BPAP’ este dreptunghi.

Figură:



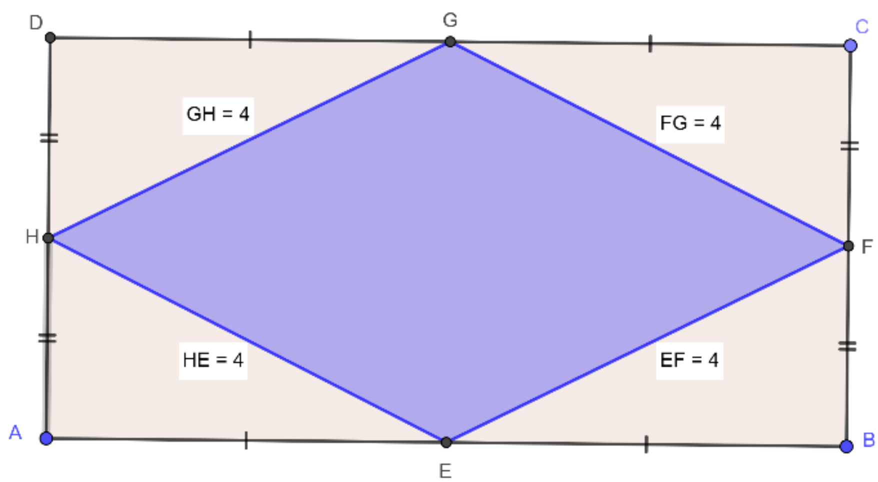
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Rombul. Proprietăți

1. Demonstrați că mijloacele laturilor unui dreptunghi sunt vârfurile unui romb

Figură:

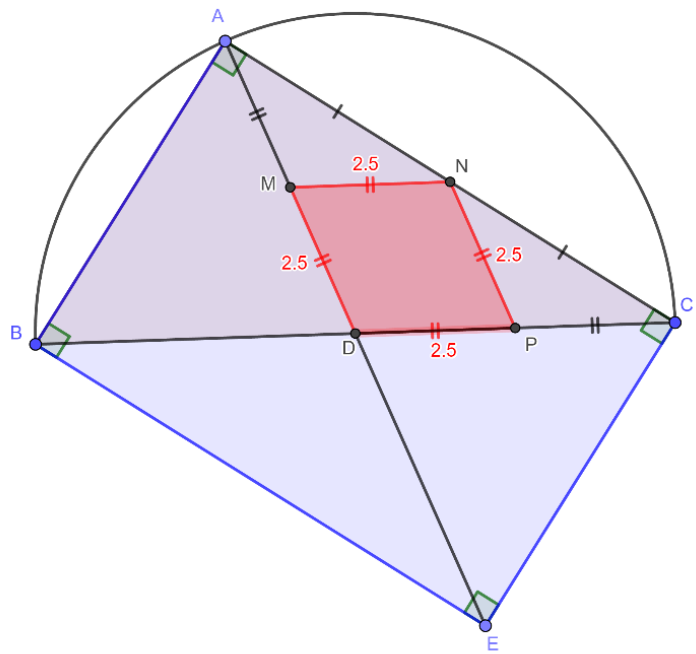


2. În triunghiul ABC se știe că BC=2·AD, unde D este mijlocul laturii [BC]. Mediana [AD] se prelungește cu [DE] ≡ [AD] iar M, N, I, P sunt mijloacele segmentelor [AD], [AC] și respectiv [CD].

a) Demonstrați că ABEC este dreptunghi.

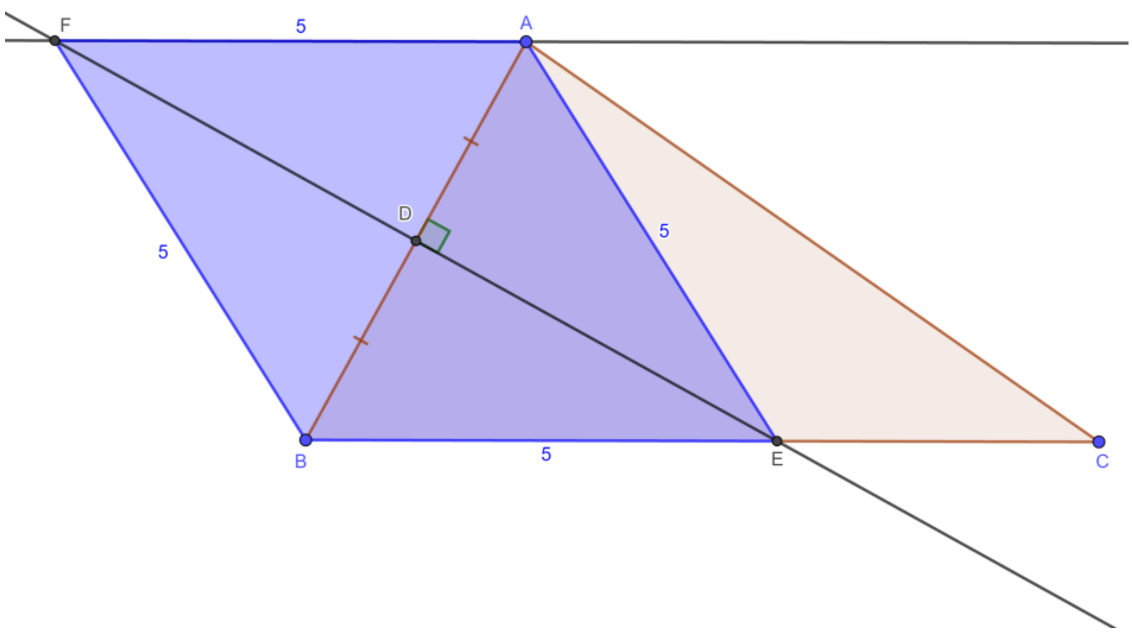
b) Demonstrați că MNPD este romb.

Figură:



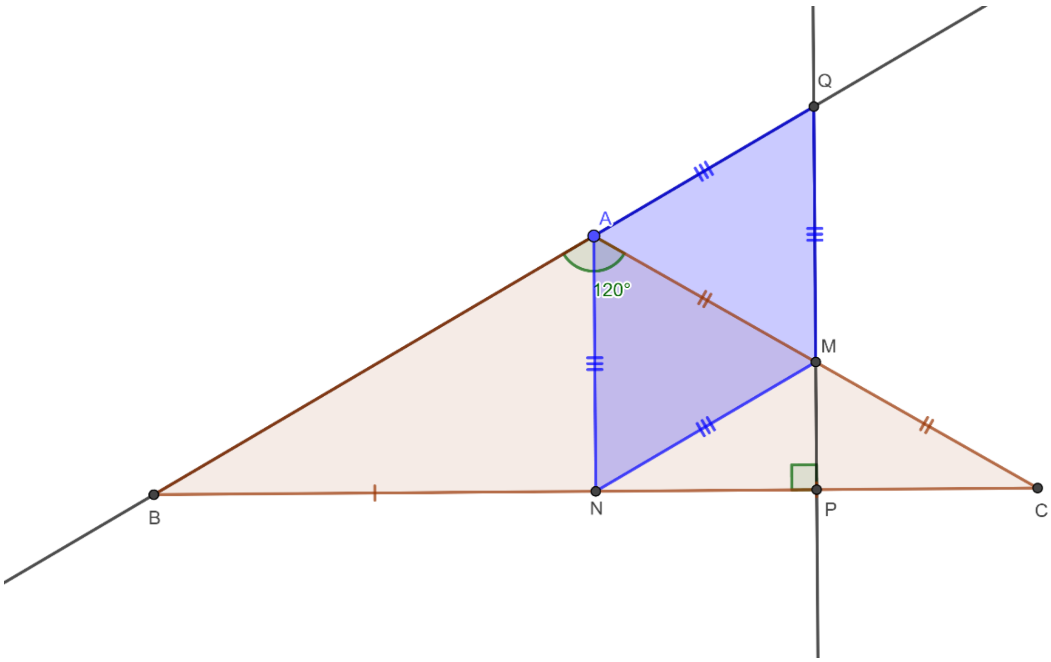
3. Prin mijlocul D al laturii (AB) a triunghiului ABC se construiește o perpendicular pe AB, care intersectează dreapta BC în puctul E și paralela prin A la BC în punctul F. Arătați că AEBF este romb,

Figură:



4. În triunghiul isoscel ABC, cu [AB] ≡ [AC] și m(∢BAC) = 120°, fie M și N mijloacele laturilor [AC] și respectiv [BC]. Fie MP ⊥ BC, P∈ (BC) și MP ∩ AB = {Q}. demonstrați că AQMN este romb.

Figură:



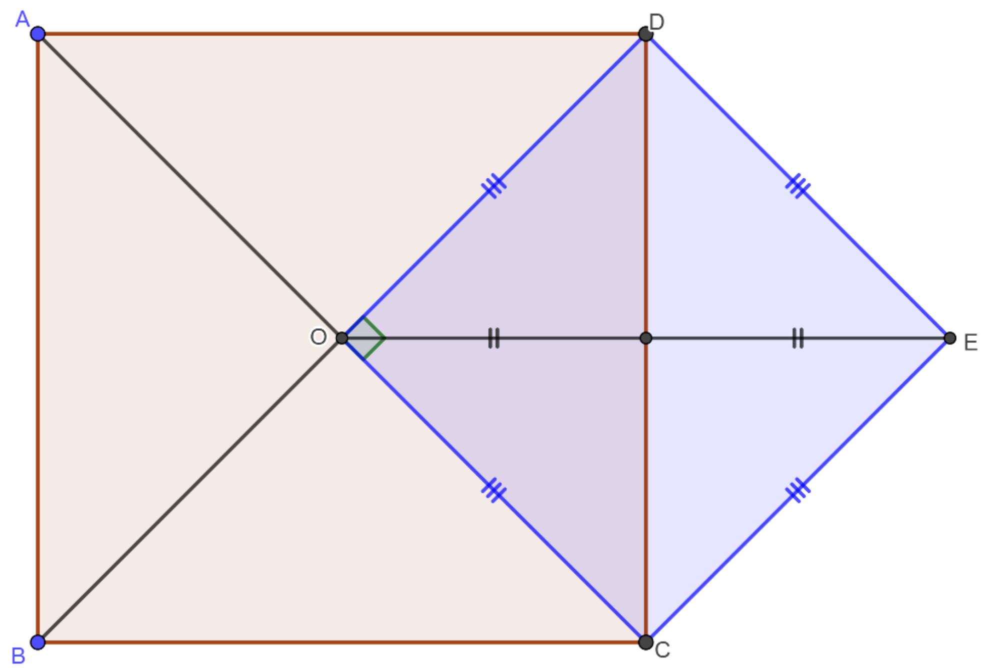
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Pătratul. Proprietăți

1. În pătratul $ABCD$ se consideră $\{O\} = AC \cap BD$ și punctul E, simetricul lui O față de CD. Arătați că $CODE$ este pătrat.

Figură:



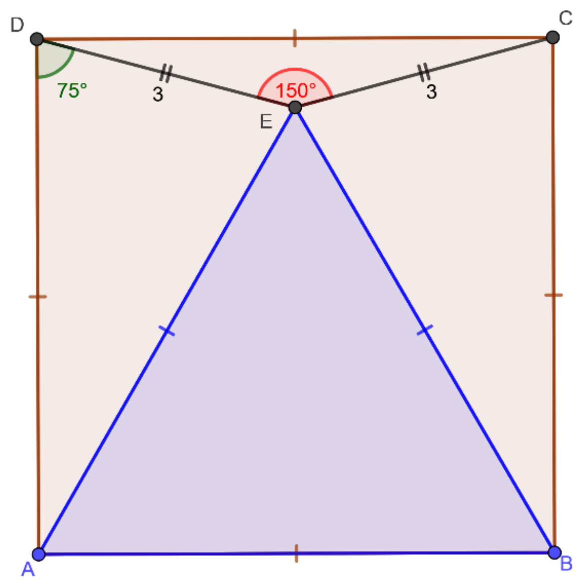
2. În interiorul pătratului $ABCD$ se consideră punctul E astfel încât triunghiul ABE să fie echilateral.

a) Demonstrași că $[ED] \equiv [EC]$;

b) Arătați că $m(\sphericalangle ADE) = 75°$;

c) Calculați $m(\sphericalangle DEC)$.

Figură:

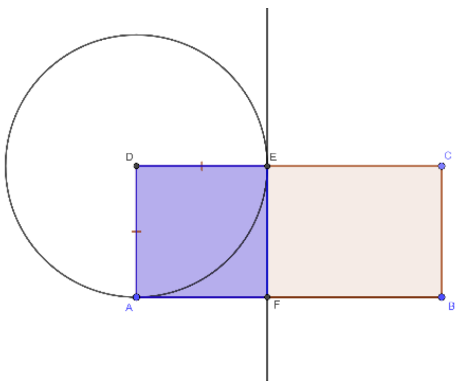


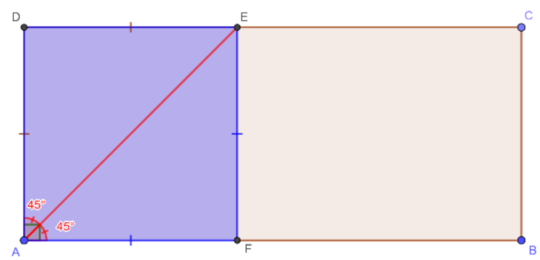
3. Se consideră dreptughiul $ABCD$, cu $AB > AD$. Punctul E este situat pe latura $[CD]$, astfel încât $[DE] \equiv [AD]$. Dacă $EF \perp AB, F \in [AB]$, demonstrați că:

a) $(AE$ este bisectoarea $\sphericalangle DAF$.

b) $ADEF$ este pătrat.

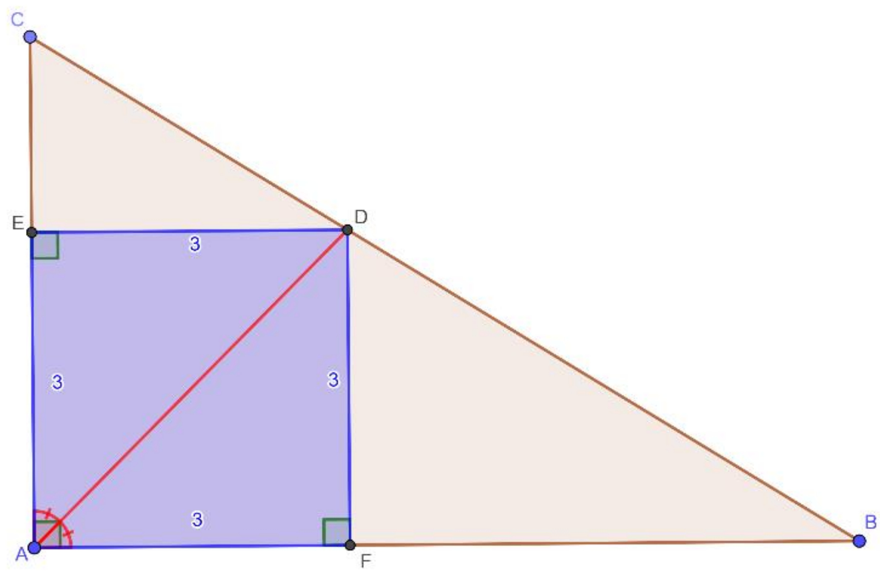
Figură:





4. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A și $(AD$ bisectoarea unghiului $BAC, D \in (BC)$. Se construiesc perpendicularele $DE \perp AC$ și $DF \perp AB, E \in (AC), F \in (AB)$. Demonstrați că $AEDF$ este pătrat.

Figură:



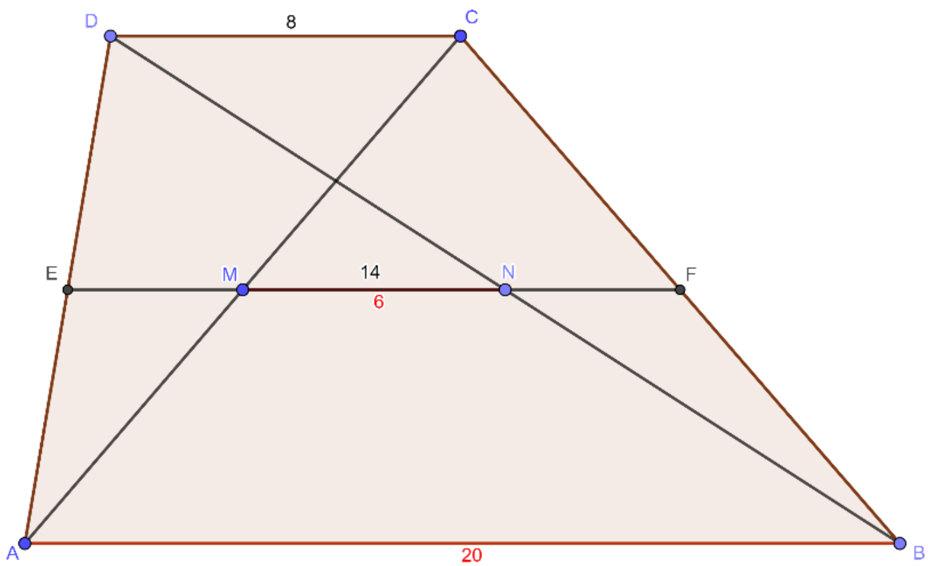
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Trapezul; clasificare, proprietăți

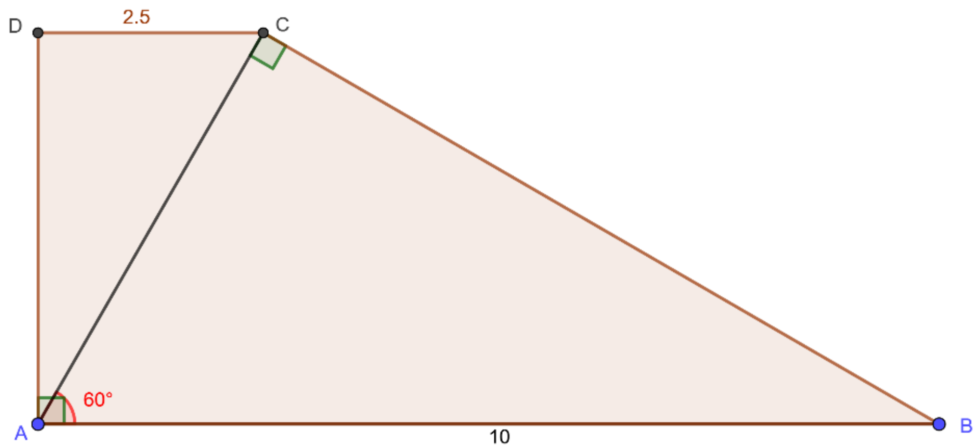
1. Într-un trapez ABCD (AB ∥ CD, AB > CD) se cunoaște AB = 20 cm, iar lungimea segmentului MN de pe linia mijlocie, cuprins între diagonale, este de 6 cm. Calculați lungimea bazei mici si a liniei mijlocii a trapezului.

Figură:



2. Fie trapezul dreptunghic ABCD cu $m(\sphericalangle A) = 90°$, AB ∥ CD, AB > CD. Știind că $m(\sphericalangle CAB) = 60°$ și AC ⊥ BC, arătați că AB = 4CD.

Figură:

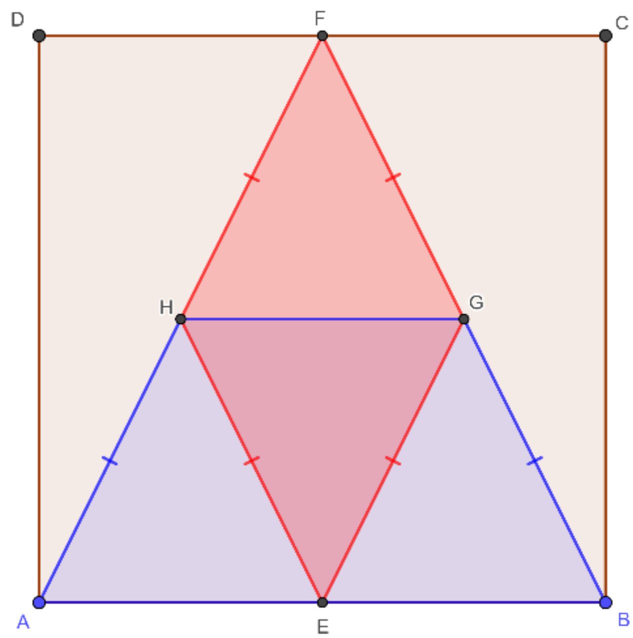


3. În pătratul ABCD punctele E și F sunt mijloacele laturilor [AB], respectiv [CD], iar punctele G și H sunt mijloacele segmentelor [BF], respectiv [AF]. Demonstrați că:

a) ABGH este trapez isoscel;

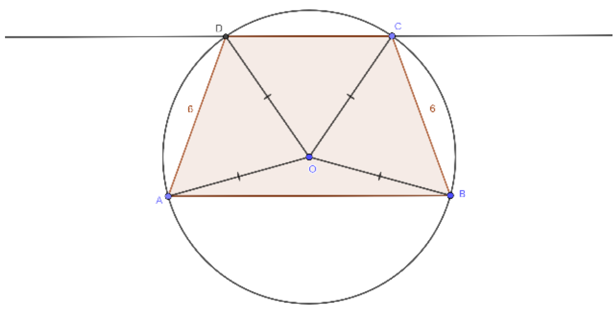
b) EHFG este romb.

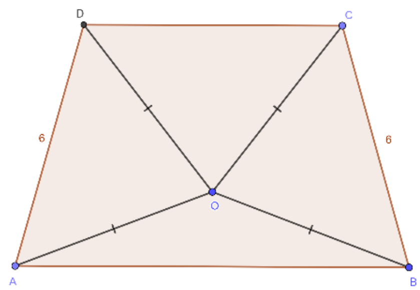
Figură:



4. Arătați că dacă există un punct interior unui trapez, egal depărtat de vârfurile trapezului, atunci trapezul este isoscel.

Figură:





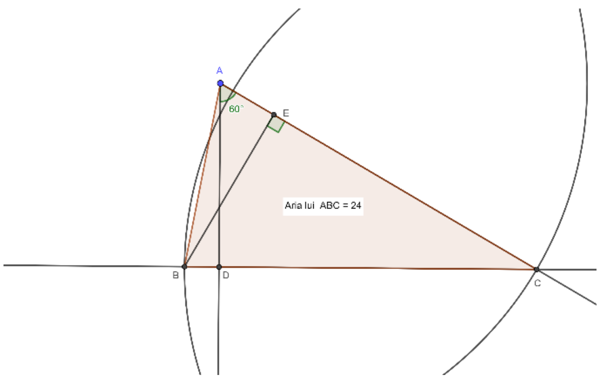
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

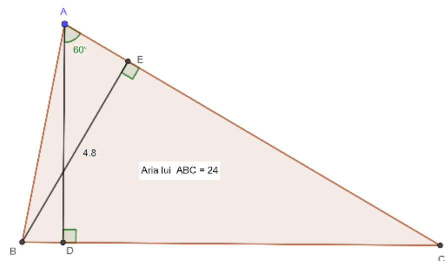
Semestrul I

Perimetre și arii

1. În triunghiul oarecare ABC se construiește AD ⊥ BC, D ∈ (BC). Dacă $m(\sphericalangle DAC) = 60°$, BC = 9,6 cm și AC = 10 cm, calculați $\mathcal{A}_{ABC}$ și distanța de la B la AC.

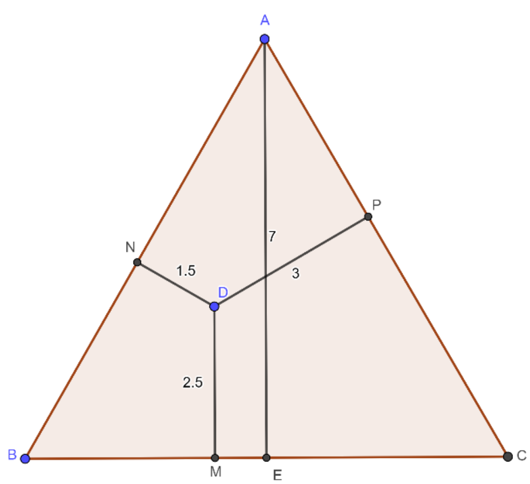
Figură:





2. Demonstrați că într-un triunghi echilateral suma distanțelor de la un punct interior triunghiului la laturile sale este constantă, fiind egală cu înălțimea triunghiului. (Teorema lui Viviani)

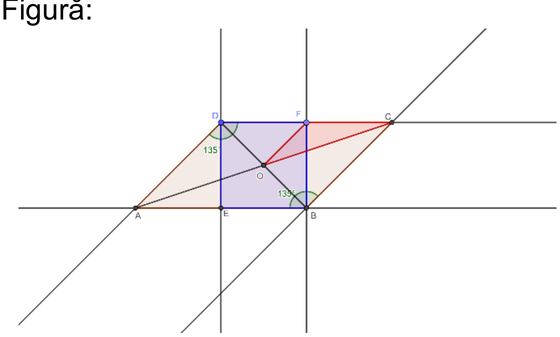
Figură:

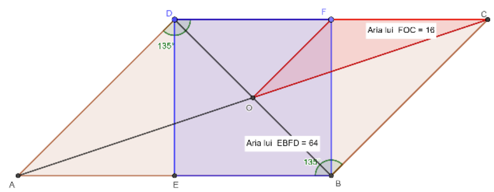


3. Fie paralelogramul ABCD cu $m(\sphericalangle D) = 135$, unde ducem DE ⊥ AB, E ∈ (AB) și BF ⊥ DC, F ∈ (DC). Dacă DF = 8 cm și AB = 2DF, atunci:

a) Calculați aria patrulaterului DEBF;
b) Calculați aria triunghiului FOC, unde AC ∩ BD = {O}.

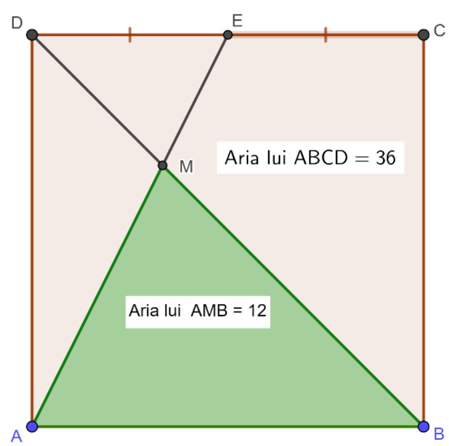
Figură:





4. În pătratul $ABCD$, punctul E este mijlocul laturii CD. Dacă $AE \cap BD = \{M\}$, Aflați raportul dintre aria lui AMB și aria lui $ABCD$.

Figură:



Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

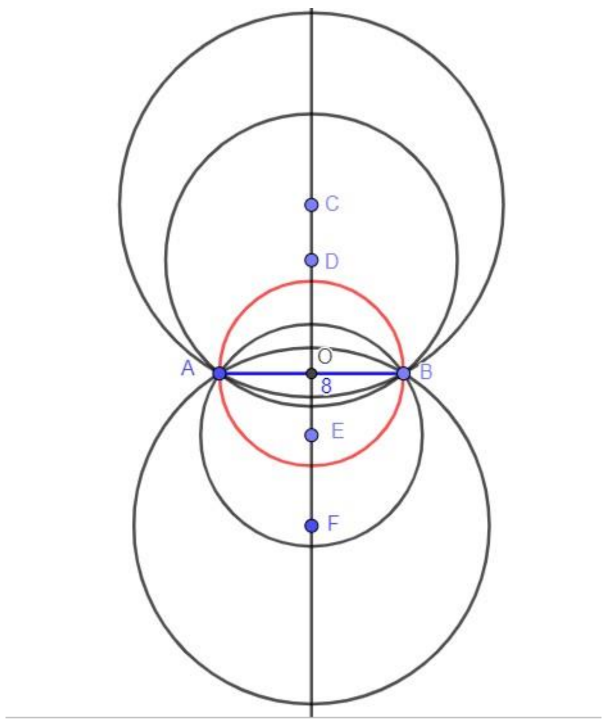
Semestrul I

CERCUL

Coarde şi arce în cerc, proprietăţi: la arce congruente corespund coarde congruente şi reciproc, diametrul perpendicular pe o coardă, arce cuprinse între coarde paralele, coarde egal depărtate de centru

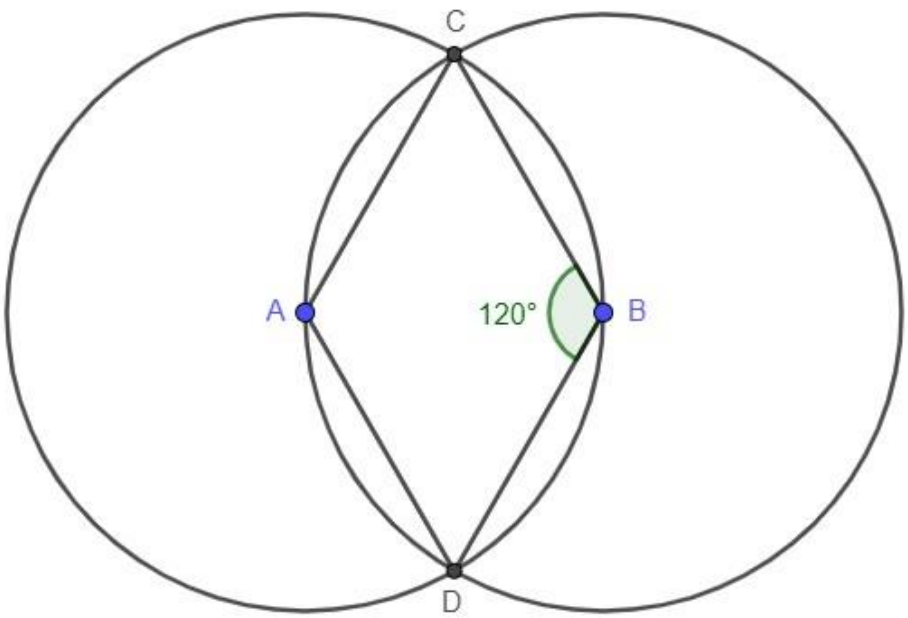
1. Fiind dat un segment AB cu lungimea de 8 cm, să se construiască mai multe cercuri care să treacă prin A și B. Care este raza cea mai mica pe care trebuie să o aibă un cerc care să treacă prin A și B?

Figură:



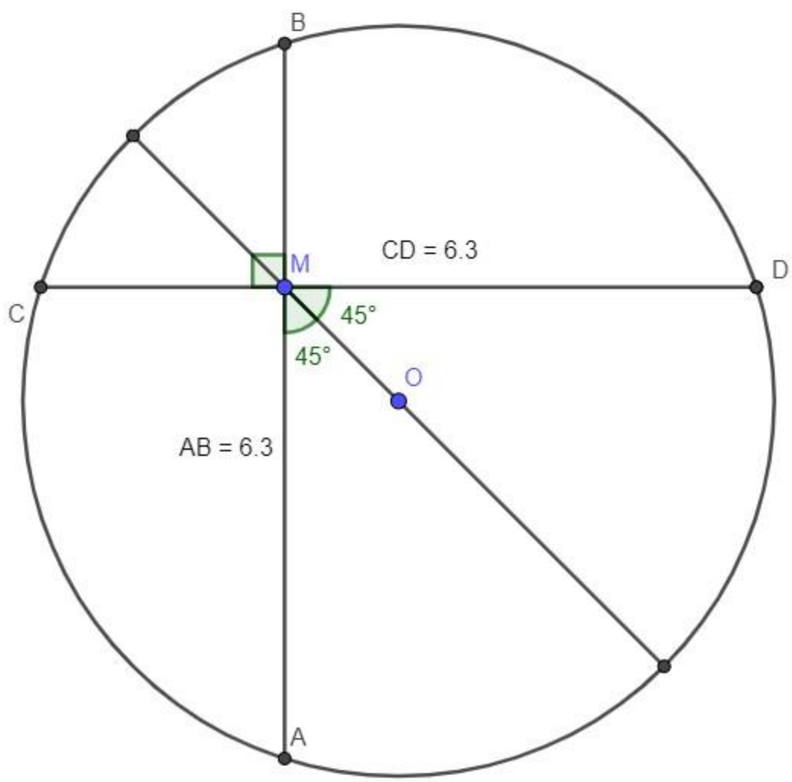
2. Se consideră două cercuri de centre A și B, astfel încât fiecare trece prin centrul celuilalt. Să se afle măsurile arcelor CAD și CBD, unde C și D sunt punctele de intersecție a celor două cercuri.

Figură:



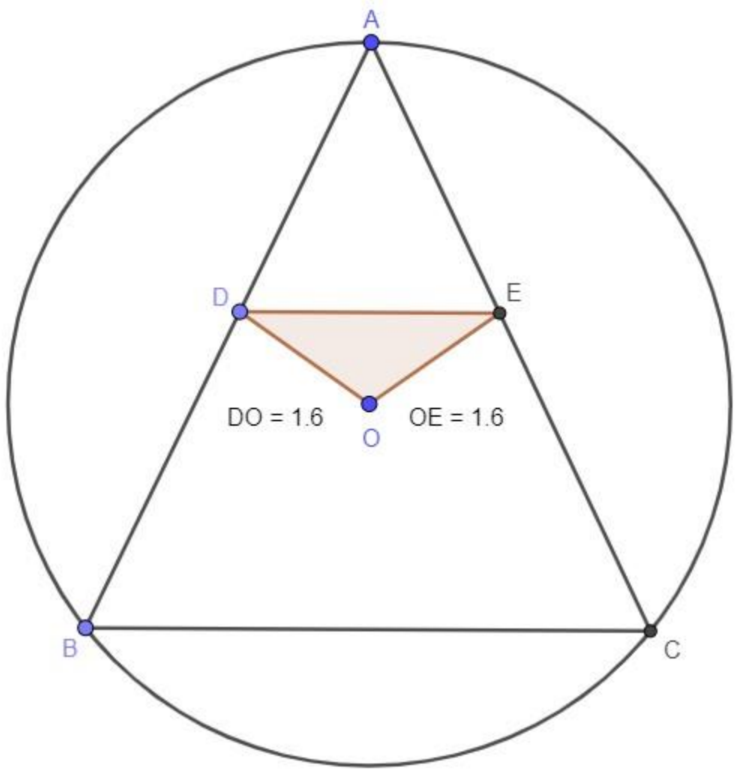
3. Fie M un punct în interiorul unui cerc. Să se construiască, prin M, două coarde congruente și perpendiculare.

Figură:



4. Pe cercul $\mathcal{C}(O, r)$ se consideră punctele A, B și C, astfel încât triunghiul ABC este isoscel, de bază [BC]. Pe laturile [AB] și [AC] se consideră punctele D și E, astfel încât [DB] ≡ [EC]. Demonstrați că triunghiul ODE este isoscel.

Figură:



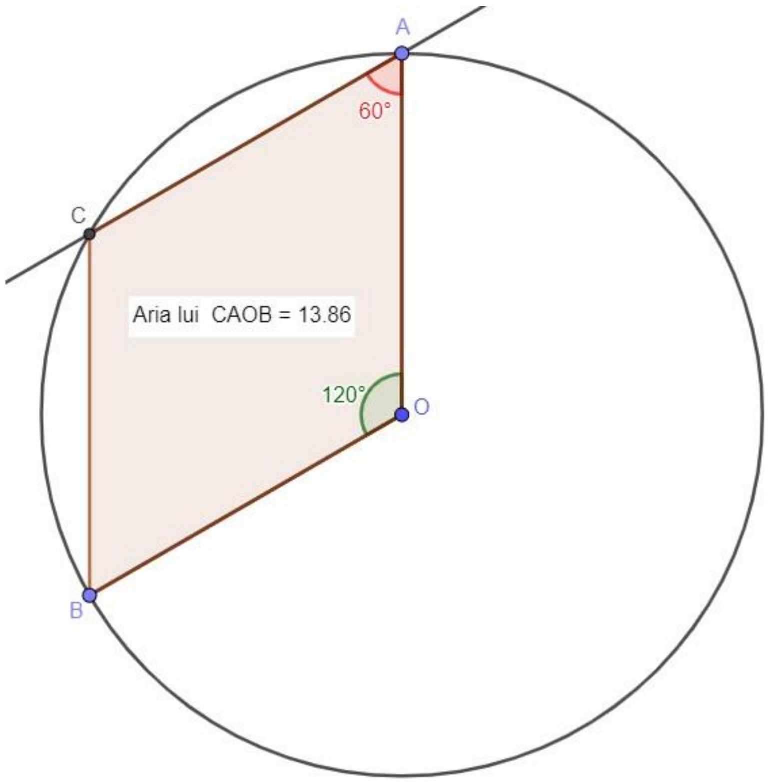
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Unghiul înscris în cerc

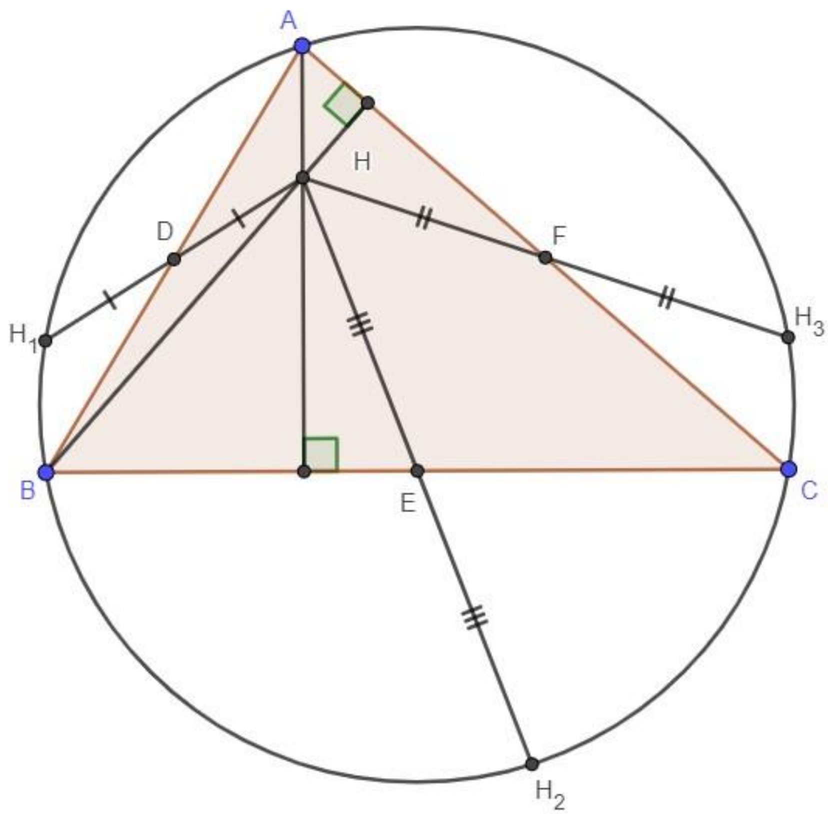
1. Coarda [AB] subîntinde un arc de 120° în cercul $\mathcal{C}(O,4)$. Paralela prin A la BO intersectează cercul a doua oară in punctul C. Aflați măsura unghiului CAO și aria patrulaterului CAOB.

Figură:



2. Demonstrați că simetricele ortocentrului unui triunghi față de mijloacele laturilor triunghiului se află pe cercul cercului circumscris triunghiului.

Figură:



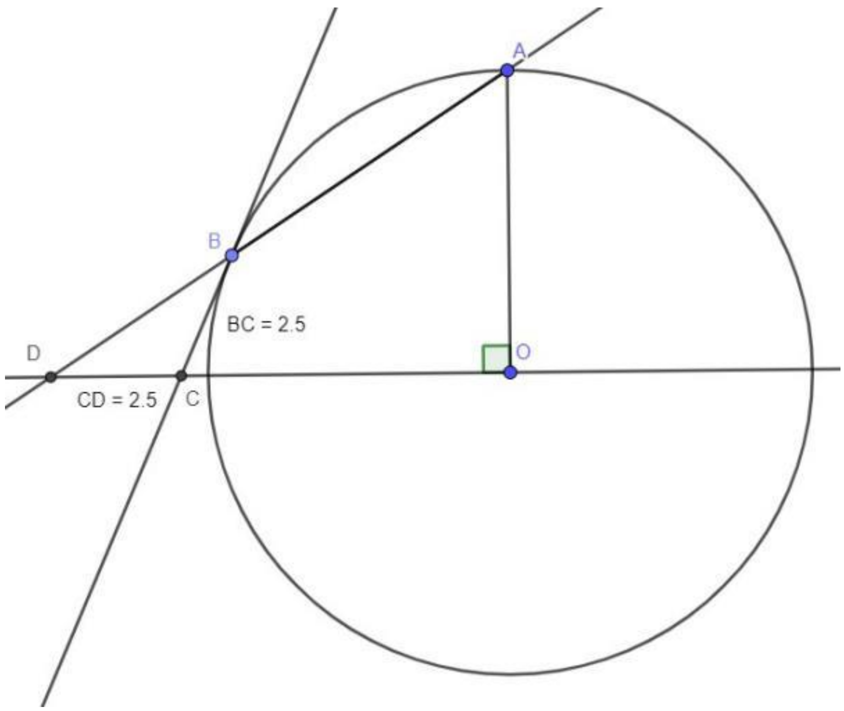
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a,

Semestrul I

Tangente dintr-un punct exterior la cerc

1. Prin punctul B al coardei [AB] a unui cerc se construiește tangenta la cerc. Diametrul perpendicular pe raza [OA] intersectează tangenta în punctul C și dreapta AB în punctul D. Demonstrați că [BC] ≡ [CD].

Figură:

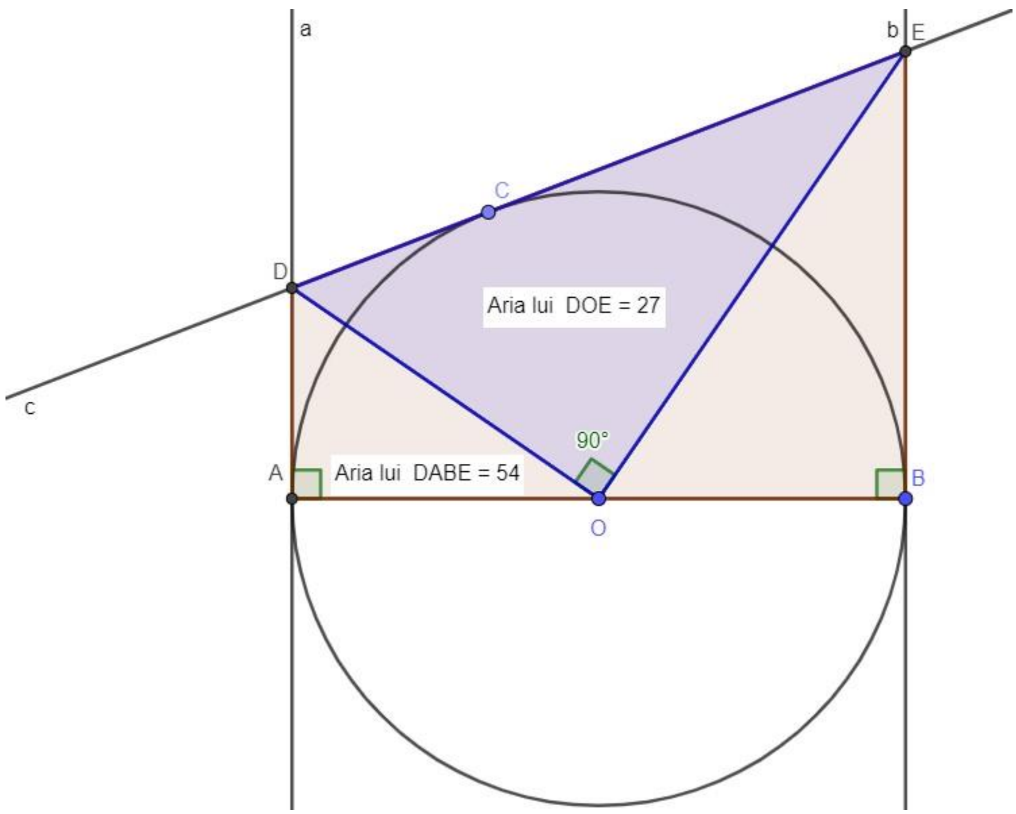


2. Pe cercul $\mathcal{C}$(O,r) se consideră punctele A, B și C astfel încât [AB] să fie diametru. Se construiesc dreptele a, b și c tangente la cerc în punctele A, B și respectiv C. Dacă a ∩ c = {D} și b ∩ c = {E}, arătați că:

a) $\mathcal{A}_{DOE} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_{ABED}$;

b) m(∢DOE) = 90°.

Figură:



BIBLIOGRAFIE

1. Perianu, M., Balica, I., Săvulescu, D. *Matematică, clasa a VII-a,* Editura ART Educațional, București, 2018.

2. Gologan R., Neța C., Vrînceanu G. *Matematică, Manual pentru clasa a VII-a,* Grup editorial Corint.

3. Eugen Predoiu-*Gazeta matematică, Supliment cu exerciții,* octombrie 2018.

4. Hollinger A. *Geometrie, Manual pentru clasa a VII-a,* Editura Didactică și Pedagocică, București 1977.