Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra

Clasa a VII a

Semestrul II

Material realizat în cadrul programului Digitaliada, cu contribuția profesorilor de matematică din școlile incluse în program, sub coordonarea Expertului Educațional Adina Roșca

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

Cuprins

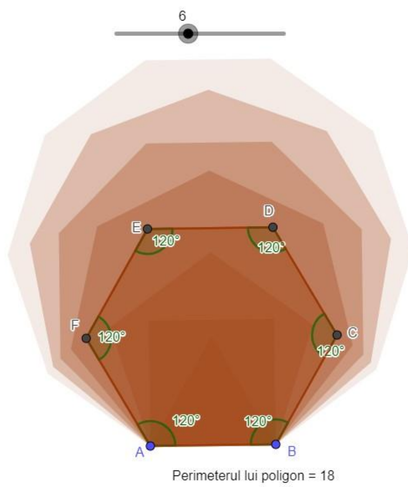
Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

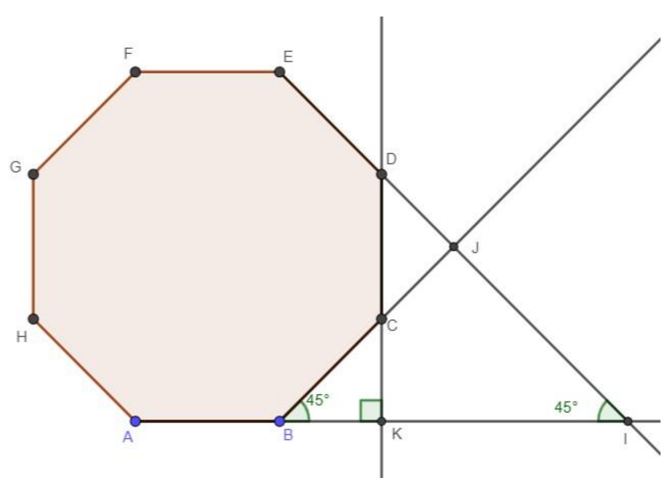
Semestrul II

POLIGOANE REGULATE
Poligoane regulate înscrise într-un cerc

1. Aflați măsurile unghiurilor și perimetrul unui poligon regulat cu n laturi ($3 \leq n \leq 10$), cu lungimea laturii egală cu 3 *cm*.



2. Aflați măsurile unghiurilor formate de dreapta suport a laturii unui octogon regulat cu dreptele suport ale celorlalte laturi.



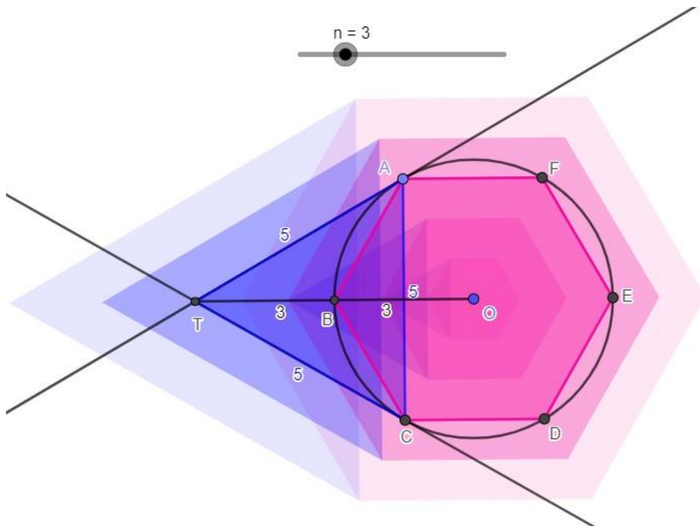
Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

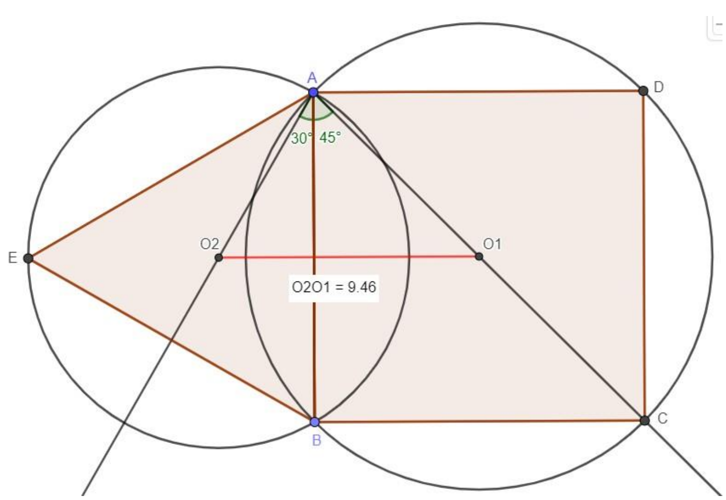
3. $ABCDEF$ este un hexagon regulat, înscris în $\mathcal{C}(O,r)$. Tangentele la cerc în punctele A și C se intersectează în punctul T. Demonstrați că:

a) TAC este un poligon regulat;

b) $OB = BT$.



4. Două cercuri secante, de centre O_1 și O_2 au coarda comună $[AB]$. Știind că $AB = 12\,cm$ și că $[AB]$ este latura unui pătrat înscris în cercul de centru O_1și latura unui triunghi echilateral înscris în cercul de centru O_2, aflați distanța O_1O_2. (Aproximare cu două zecimale exacte)



Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

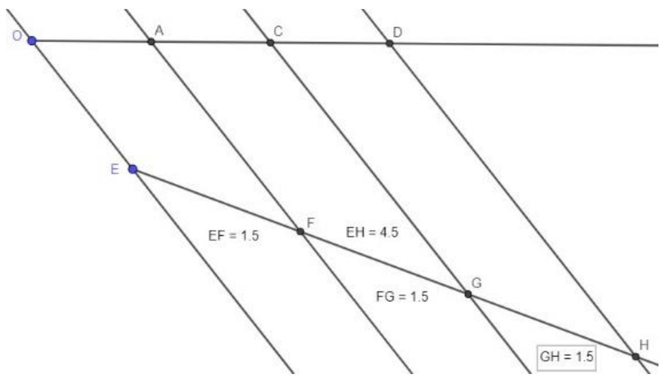
Semestrul II

ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR
Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante.

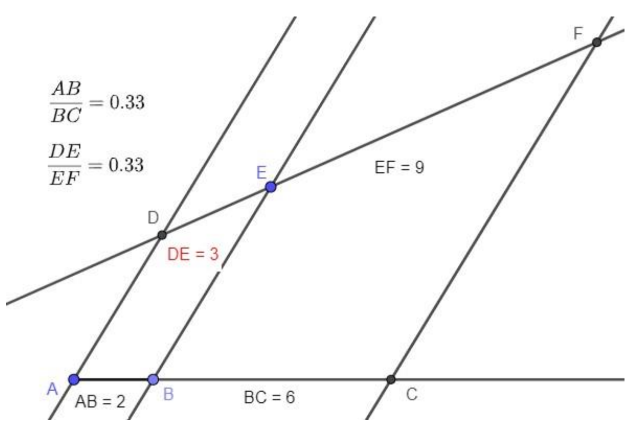
1. Pe semidreapta cu originea în O, se reprezintă punctele A, B, C, astfel încât $OA = 1\ cm, OB = 2\ cm, OC = 3\ cm$. Patru drepte paralele construite prin punctele $O, A\ , B, C$ intersectează o dreaptă oarecare în punctele E, F, G și H, astfel încât $EF = 1{,}5\ cm$.

a) Arătași că G este mijlocul segmentului FH.

b) Calculați lungimea segmentului EH.



2. Punctele A, B, C aparțin unei drepte *a*, astfel încât $AB = 2\ \mathrm{cm}, BC = 6\ \mathrm{cm}$ iar punctele D, E și F aparțin unei drepte *b*, astfel încât $EF = 9\ \mathrm{cm}$ și segmentele $[AB]$ și $[BC]$ sunt proporționale cu $[DE]$ și $[EF]$. Aflați lungimea lui $[DE]$.



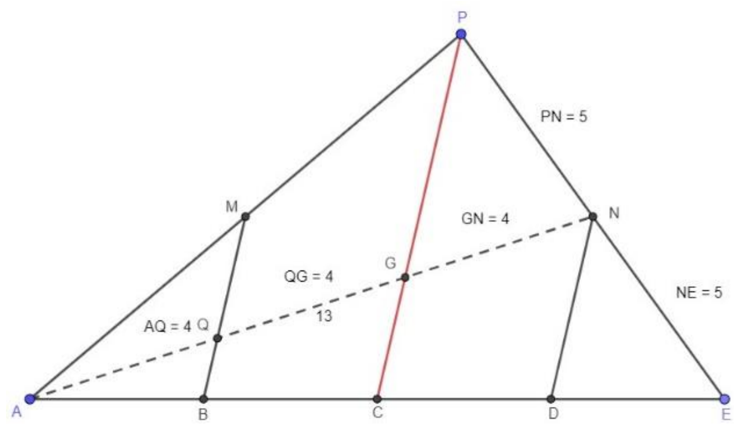
Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

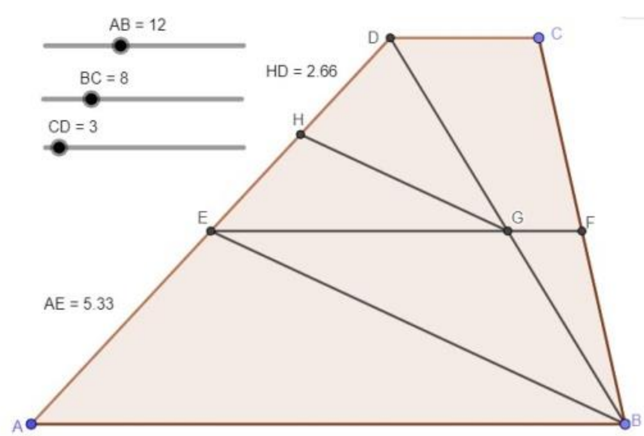
3. Punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, și $AB = BC = CD = DE$, iar P este un punct exterior dreptei AB. Paralela prin B la dreapta PC intersectează dreapta AP în M, iar paralela prin D la dreapta PC intersectează dreapta PE în N.

a) Demonstrați că AN este mediană a triunghiului AEP.

b) Dacă $BM \cap AN = \{Q\}$ și $PC \cap AN = \{G\}$, demonstrați că $AQ = QG = GN$.



4. În trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, linia mijlocie EF $(F \in AD$ și $F \in BC)$ intersectează diagonala BD în punctul G, iar $GQ \parallel BH, H \in AD$. Demonstrați că $AE = 2 \cdot DH$.

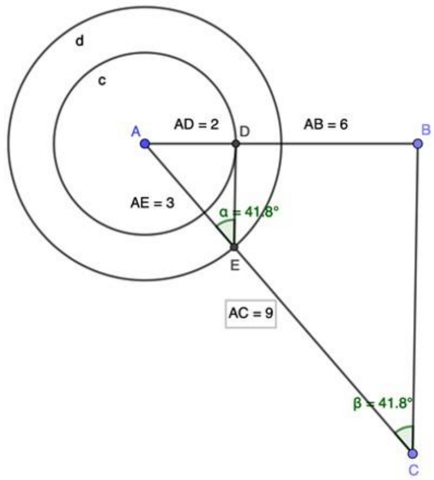


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

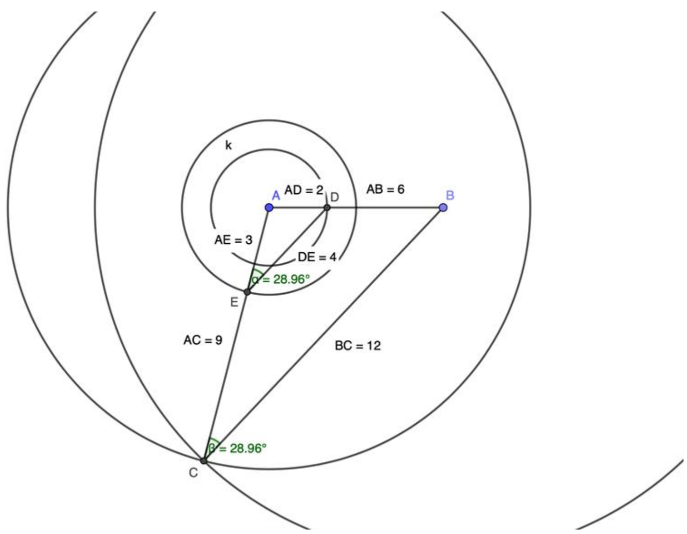
Semestrul II

Teorema lui Thales

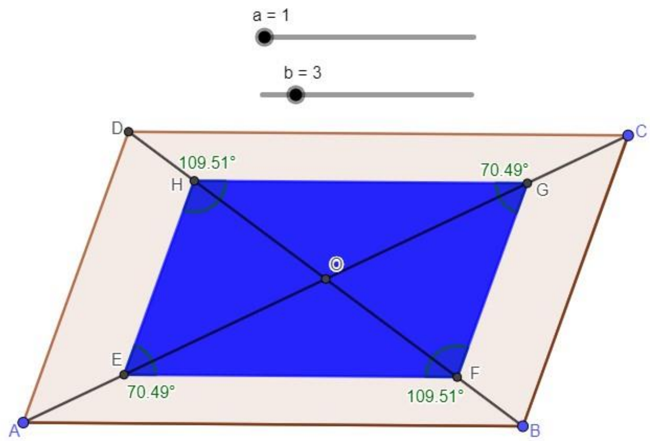
1. Fie triunghiul ABC, cu $AB = 6\ cm$, $AC = 9\ cm$ și punctele D și E, $D \in (AB)$ și $E \in (AC)$, astfel încât $AD = 2\ cm$ și $AE = 3\ cm$. Stabiliți dacă $DE \parallel BC$.



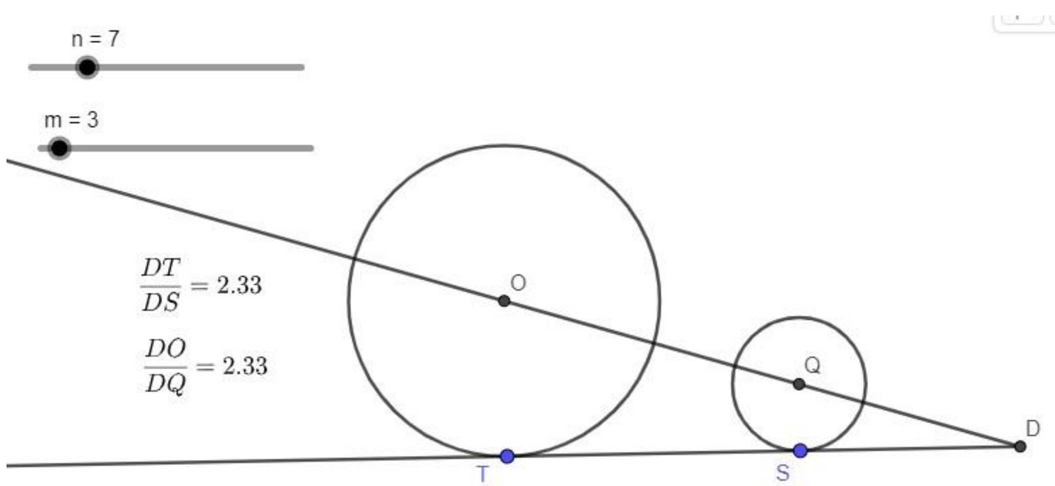
2. În condițiile problemei precedente, dacă în plus avem $BC = 12\ cm$, arătați că $DE = 4\ cm$.



3. În paraleogramul $ABCD$, punctele E, F, G și H împart segmentele AO, BO, CO și DO în același raport. Demonstarți că $EFGH$ este un paralelogram.



4. Dreapta a este tangent în T și S la cercurile de centre O, respectiv Q. Dacă $\{D\} = TS \cap OQ$, arătați că $\frac{DT}{DS} = \frac{DO}{DQ}$.

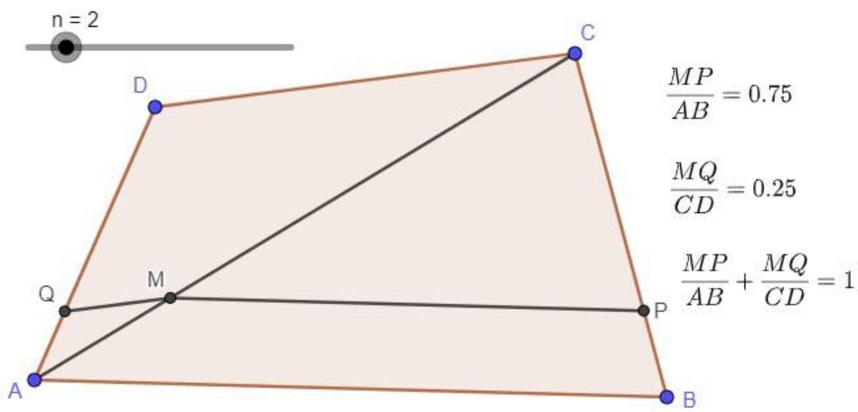


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

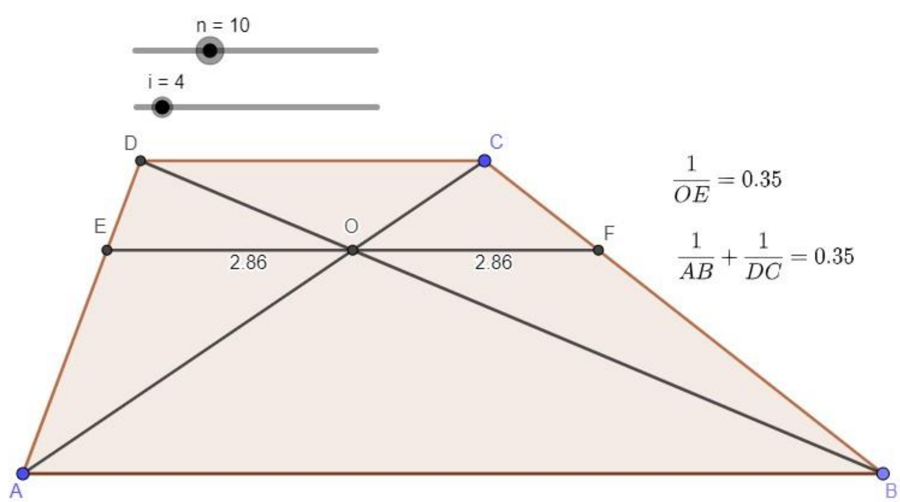
Asemănarea triunghiurilor

1. Fie M un punct pe diagonala AC a patrulaterului convex $ABCD$. Se duc $MP \parallel AB$, $P \in BC$ și $MQ \parallel CD$, $Q \in AD$. Arătați că $\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD}$ = constant.



2. Fie O punctul de intersecție a diagonalelor unui $ABCD$. Paralela dusă prin O la baze intersectează laturile $[AD]$ și $[BC]$ în E și F. Demonstrați că:

a) $[OE] \equiv [OF]$
b) $\frac{1}{OE} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}$

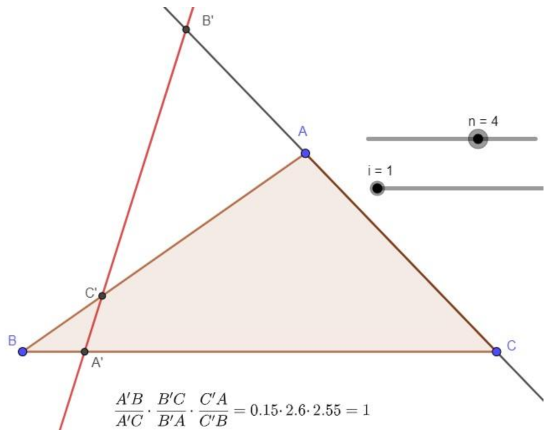


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

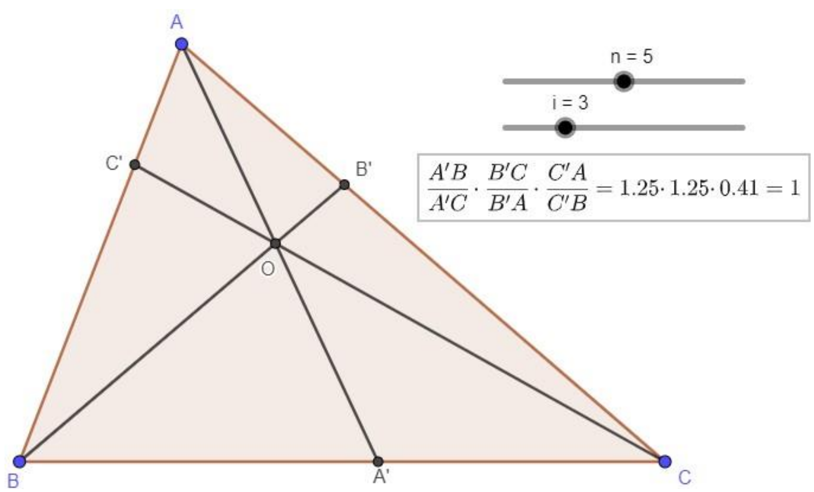
3. (**Teorema lui Menelaus**) Fie un triunghi ABC și o dreaptă *d* care nu trece prin A, B sau C. Dacă *d* intersectează BC, CA, AB în punctele A', B' și C', atunci:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$$



4. (**Teorema lui Ceva**) Fie un triunghi ABC și punctele $A' \in (BC), B' \in (CA), C' \in (AB)$. Dacă dreptele AA', BB', CC' au în comun un punct O, atunci:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$$



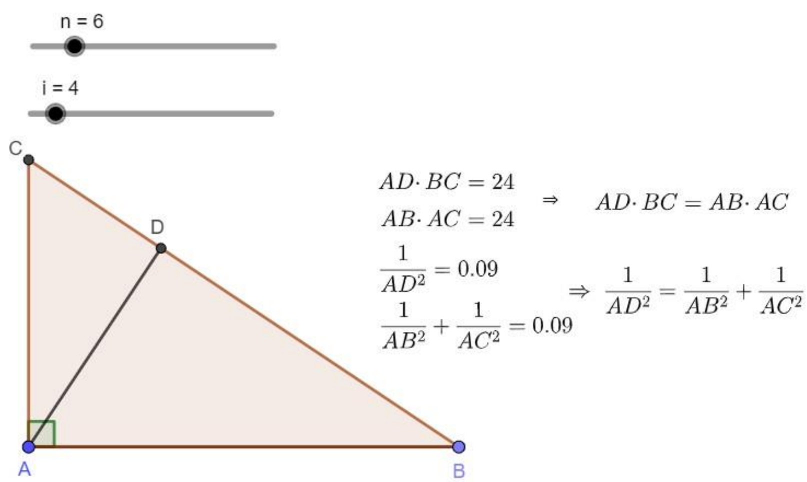
Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

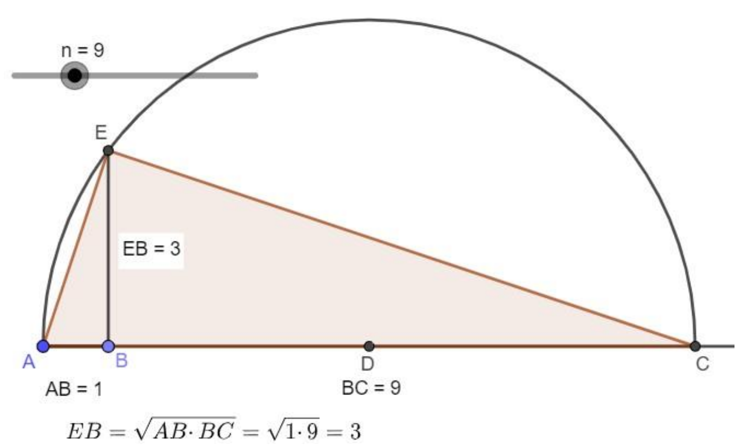
Relații metrice în triunghiul dreptunghic
Teorema înălțimii

1. Fie ΔABC dreptunghic în A, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Demonstrați relațiile:

a) $AD \cdot BC = AB \cdot AC$;
b) $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

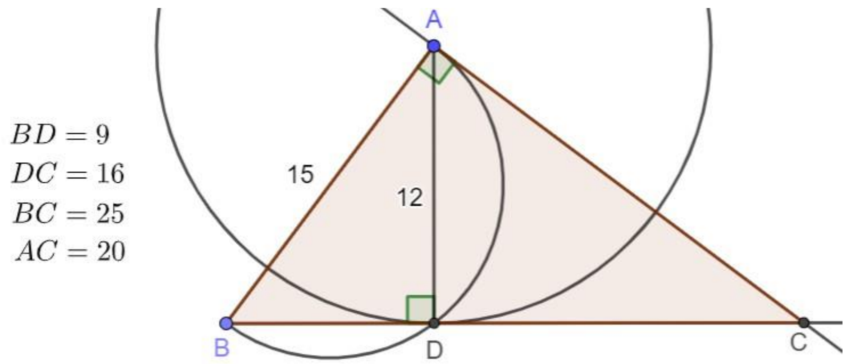


2. Dacă n este un număr natural, $n \geq 2$, să se construiască un segment cu lungimea $\sqrt{n}$.



Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

3. În triunghiul ABC cu $m(\measuredangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC, AB = 15\ cm$ și $AD = 12\ cm$. . Calculați BD, DC, BC și AC.

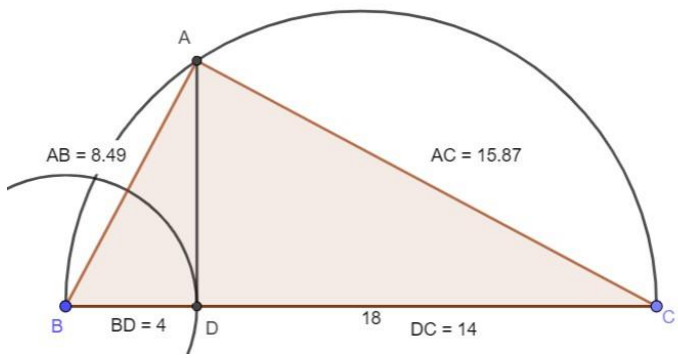


Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

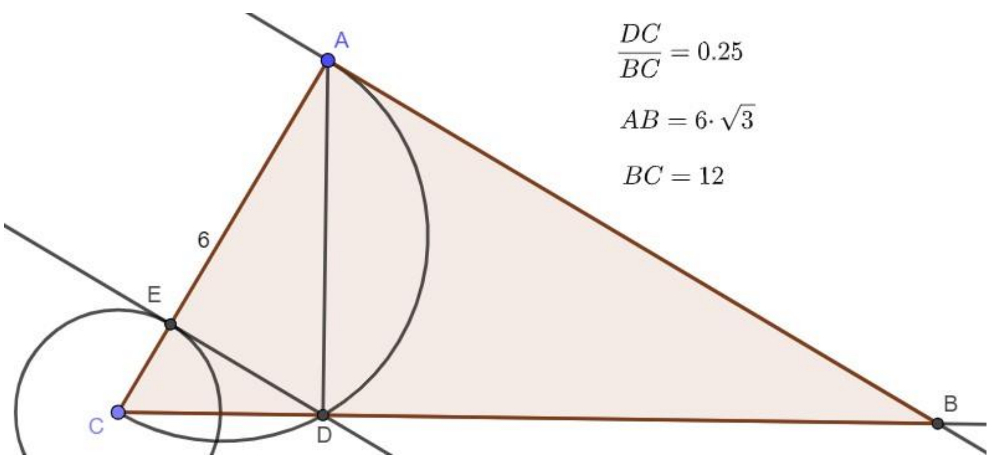
Semestrul II

Teorema catetei

1. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$, $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{7}$ și $BC = 18\ cm$. Calculați BD, DC, AC și AB. (Aproximare cu două zecimale exacte)

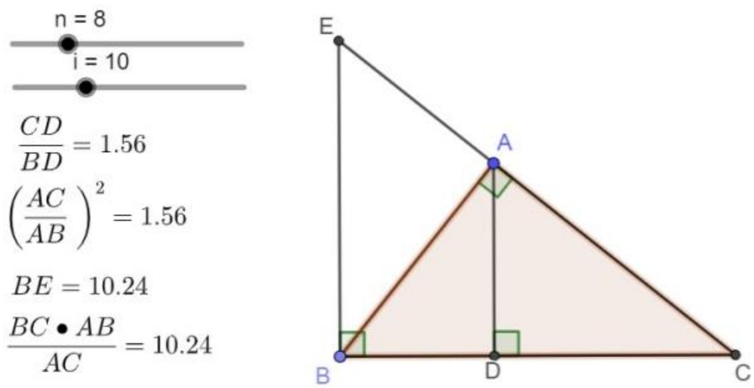


2. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$, $\frac{DC}{BC} = \frac{1}{4}$ și $AC = 6\ cm$. Calculați BC și AB.



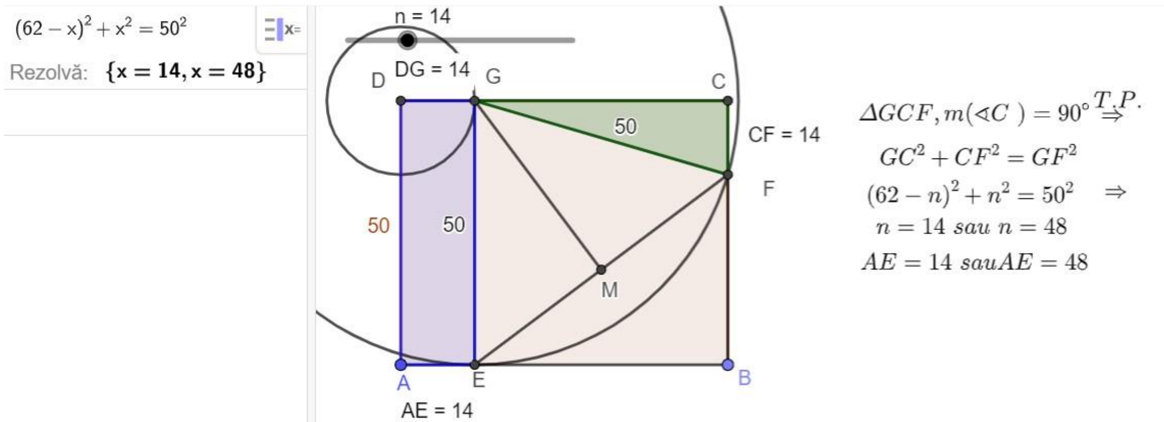
3. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$. Se ridică în B perpendiculara pe BC și se notează cu E intersecția ei cu dreapta AC. Să se demonstreze că:

   a) $\frac{CD}{BD} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2$ b) $BE = \frac{BC \cdot AB}{AC}$



Teorema lui Pitagora

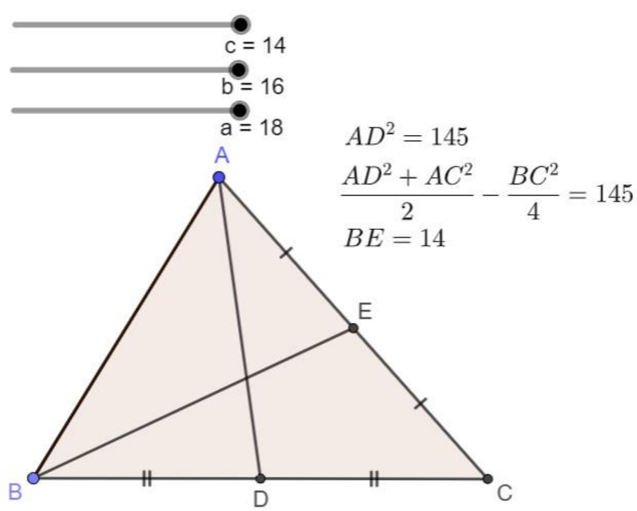
1. Pe laturile dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 62\ cm$ și $BC = 50\ cm$, se consideră punctele $E \in (AB), F \in (BC), G \in (CD)$ astfel încât $AE = FC = GD$, și $M \in (EF)$, astfel încât $EM = MF$. Dacă GM este mediatoarea segmentului EF, aflați lungimea lui $[AE]$.



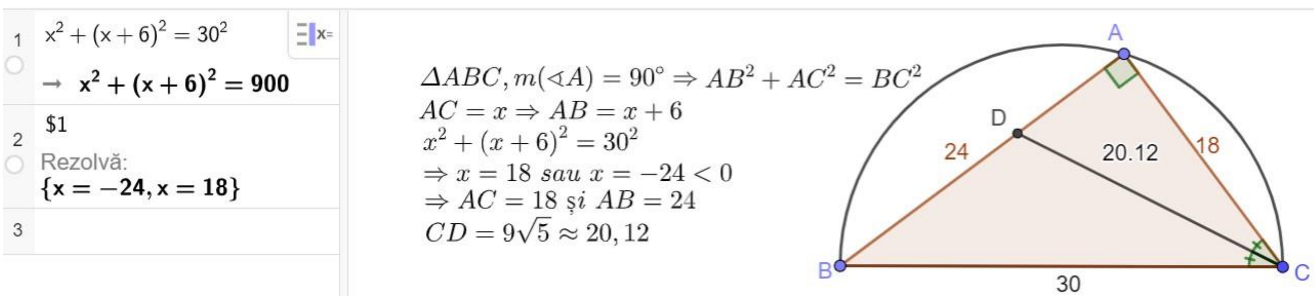
2. În triunghiul ABC, AD și BE sunt mediane.

a) Demonstrați că $AD^2 = \frac{AB^2+AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$ (Teorema medianei);

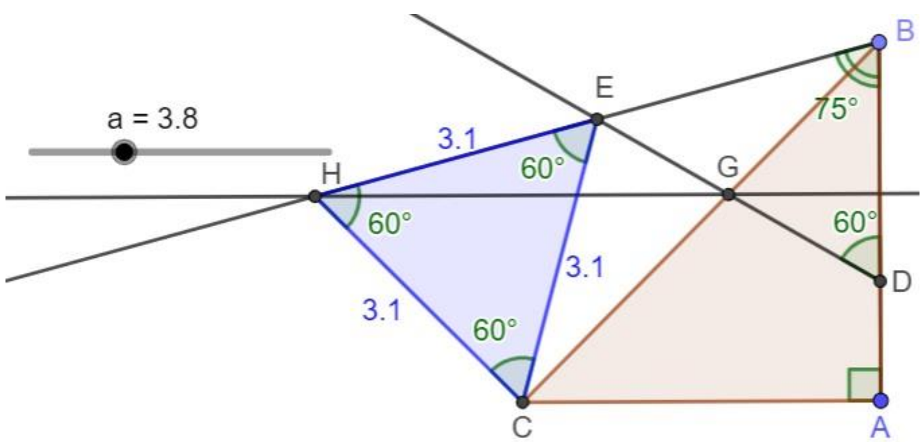
b) Dacă $AB = 14\ cm, AC = 16\ cm$ și $BC = 18\ cm$, calculați BE.



3. Triunghiul ABC este dreptunghic în A. Punctul $D \in (AB)$, astfel încât $\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle BCD$. Dacă $AB - AC = 6\ cm$ și $BC = 30\ cm$, aflați lungimea segmentului $[CD]$.



4. Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel $BC, m(A) = 90$, și punctul $D \in (AB)$ astfel încât $AD = \frac{1}{3}AB$. În semiplanul determinat de dreapta AB și punctul C se consideră punctul E pentru care $m(\sphericalangle BDE) = 60°$ și $m(\sphericalangle DBE) = 75°$. Dreptele BC și DE se intersectează în punctul G, iar paralela prin punctul G la dreapta AC intersectează dreapta BE în punctul H. Demonstrați că triunghiul CEH este echilateral.



BIBLIOGRAFIE

1. Negrilă, A., Negrilă, Maria, *Matematică , clasa a VII-a,* Editura Paralela 45, București, 2019.
2. Perianu, M., Balica, i., *Matematică, clasa a VII-a,* Editura Art Educațional, București, 2019
3. Pop, C.P., Pop, Simona, *Olimpiada satelor din România pentru clasele VI-VIII,* Editura Nomina, Pitești, 2018.
4. ****Matematică, Manual pentru clasa a VII-a,* Editura Sigma,București, 2019.
5. ***http://mate.info.ro/acasa.html