Digitaliada

Fundația orange

# Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra

## Clasa a VIII a

## Semestrul II

**Material realizat în cadrul programului Digitaliada, cu contribuția profesorilor de matematică din școlile incluse în program, sub coordonarea Expertului Educațional Adina Roșca**

Digitaliada

Fundația orange

**Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a**

**Semestrul II**

Cuprins

**CUBUL** ... 2

**PRISMA** ... 5

**PIRAMIDA** ... 7

**CORPURI ROTUNDE** ... 9

**BIBLIOGRAFIE** ... 12



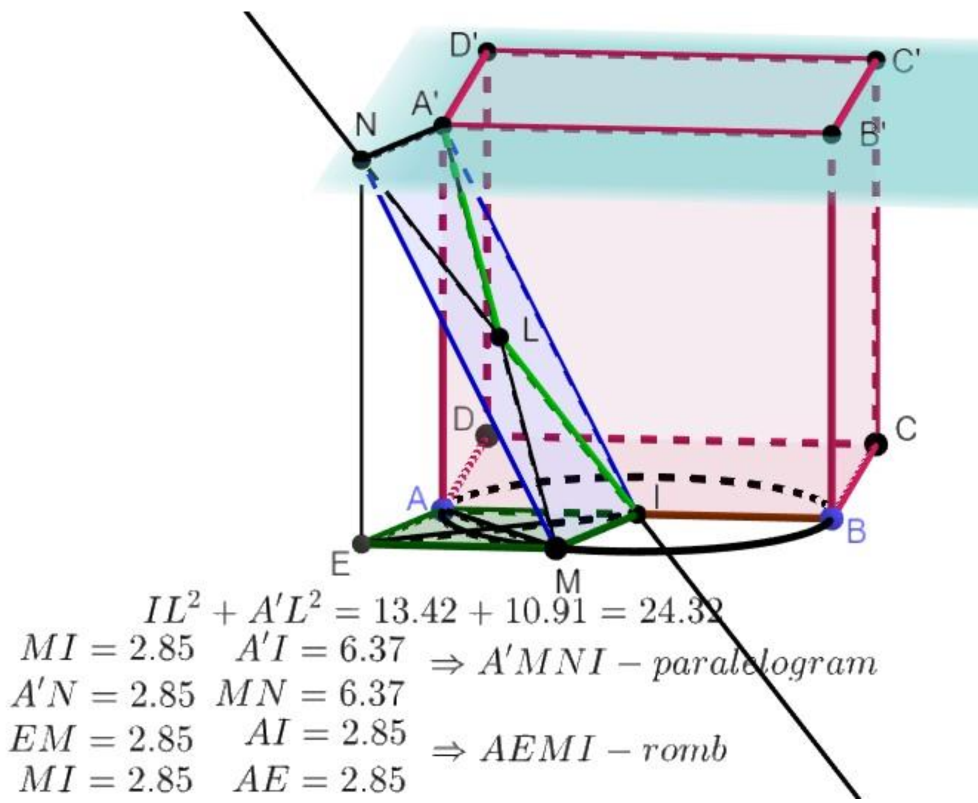
**Material realizat în cadrul programului Digitaliada.**

## Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

## Semestrul II

### CUBUL

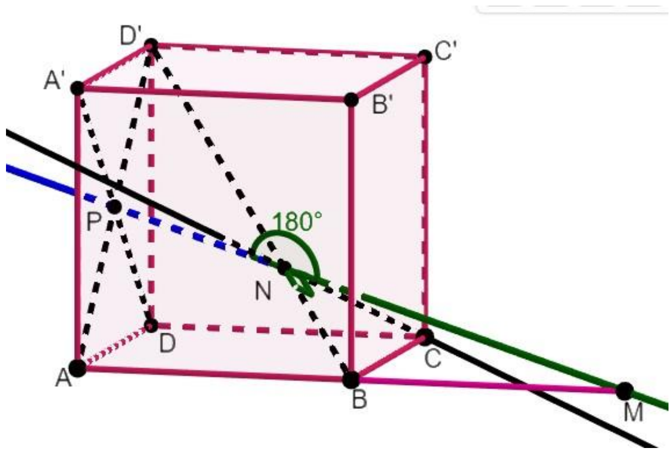
1. Se consideră un cub $ABCDA'B'C'D'$. În planul bazei $ABCD$ se consideră cercul cu diametrul $AB$. Fie $M$ un punct pe acest cerc, $L$ mijlocul segmentului $A'M$, $I$ mijlocul laturii $AB$, $N$ intersecția dreptei $IL$ cu planul bazei $A'B'C'D'$.
   a) Arătați că suma $IL^2 + A'L^2$ este constantă când M descrie cercul.
   b) Demonstrați că $A'NMI$ este paralelogram.
   c) Demonstrați că proiecția lui $A'NMI$ pe planul bazei $ABCD$ este un romb sau un segment.



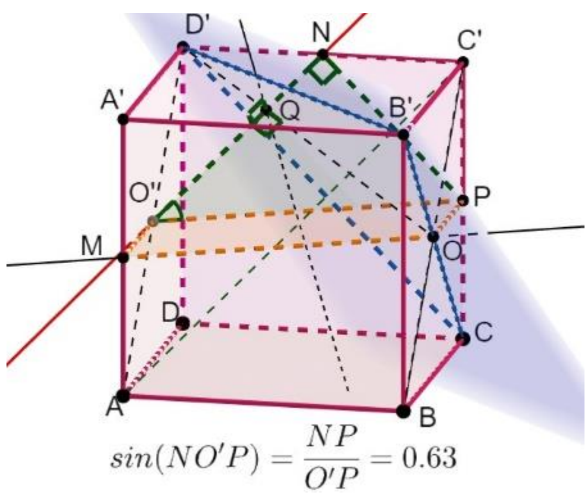
**Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a**

**Semestrul II**

2. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$, $M$ este simetricul punctului $A$ față de punctul $B$, $N$ este piciorul perpendicularei din $C$ pe dreapta $BD'$, iar $P$ este centrul pătratului $ADD'A'$. Arătați că punctele $M, N$ și $P$ sunt coliniare.



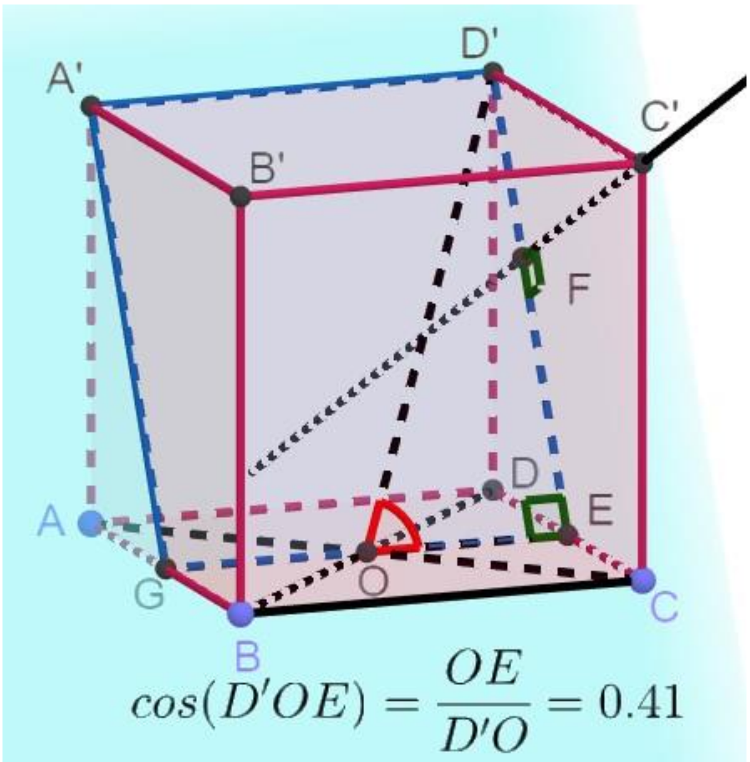

3. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub, $M$ și $N$ mijloacele muchiilor $AA'$, respectiv $C'D'$, iar $O$ și $O'$ centrele fețelor $BCC'B'$, respectiv $ADD'A'$.
   a) Demonstrați că $NO' \perp (B'CD')$
   b) Determinați sinusul unghiului dintre dreptele $MO$ și $NO'$.






**Material realizat în cadrul programului Digitaliada.**

4. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub cu muchia egală cu $2n$, iar $O$ centrul feței $ABCD$.
   a) Calculați cosinusul unghiului dintre dreptele $BC$ și $D'O$.
   b) Calculați distanța de la punctul $C'$ la planul $(A'D'O)$.

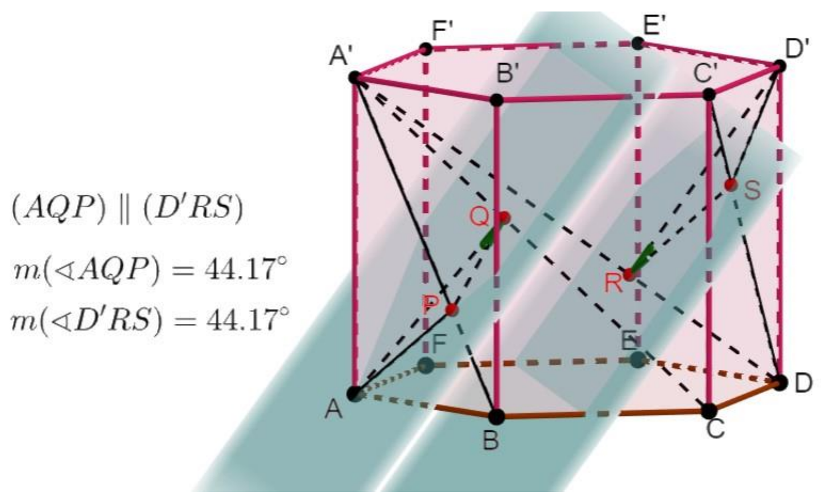


**Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a**

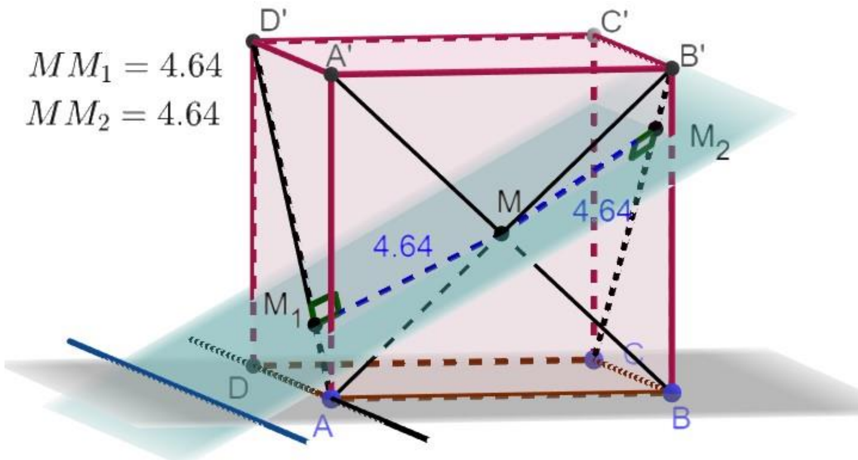
**Semestrul II**

## PRISMA

1. În prisma hexagonală regulată $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, construim $P, Q$, proiecțiile punctului $A$ pe segmentele $[A'B]$ respectiv $[A'C]$, și $R, S$, proiecțiile punctului $D'$ pe segmentele $[A'D]$ respectiv $[C'D]$.
   a) Determinați măsura unghiului dintre planele $(AQP)$ și $(D'RS)$.
   b) Arătați că $\sphericalangle AQP \equiv \sphericalangle D'RS$.



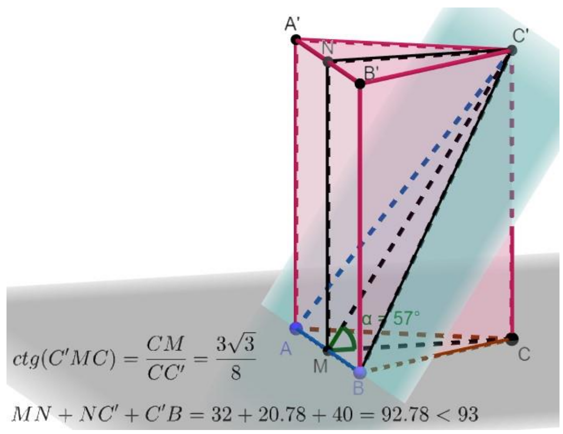

2. În paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ notăm cu $M$ centrul feței $ABB'A'$. Notăm cu $M_1$ și $M_2$ proiecțiile lui $M$ pe dreptele $B'C$ și respectiv $AD'$. Demonstrați că:
   a) $[MM_1] \equiv [MM_2]$;
   b) Dacă $(MM_1M_2) \cap (ABC) = d$, atunci $d \parallel AD$;



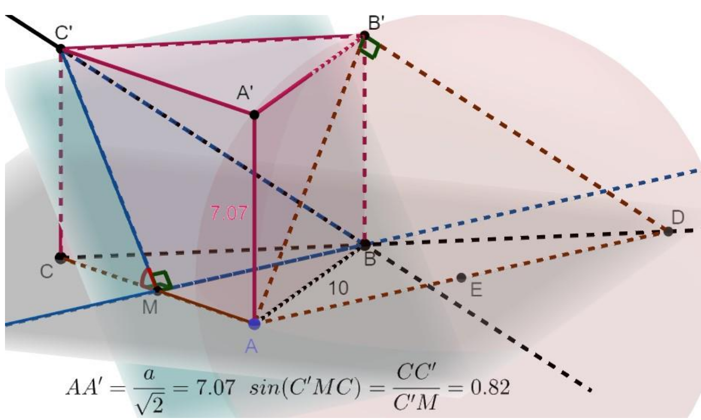



**Material realizat în cadrul programului Digitaliada.**

3. Se consideră o cutie din carton care are forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCA'B'C'$ cu $AB = 24\ cm$ şi $AA' = 32\ cm$.
   a) Calculați cotangenta unghiului determinat de planele $(ABC)$ și $(ABC')$.
   b) O furnică se deplasează pe fețele prismei, în linie dreaptă, pe traseul $M \to N \to C' \to B$ unde $M$ și $N$ sunt mijloacele muchiilor $[AB]$ şi respectiv $[A'B']$. Arătaţi că lungimea traseului parcurs de furnică este mai mic decât $93\ cm$.




4. O prismă dreaptă $ABCDA'B'C'D'$ are bazele triunghiuri echilaterale cu latura de lungime $a$. Știind că dreptele $AB'$ și $BC'$ sunt perpendiculare, să se afle:
   a) lungimea muchiei laterale;
   b) o funcție trigonometrică a unghiului format de planele $(BMC')$ și $(ABC)$, unde $M$ este mijlocul muchiei $[AB]$.

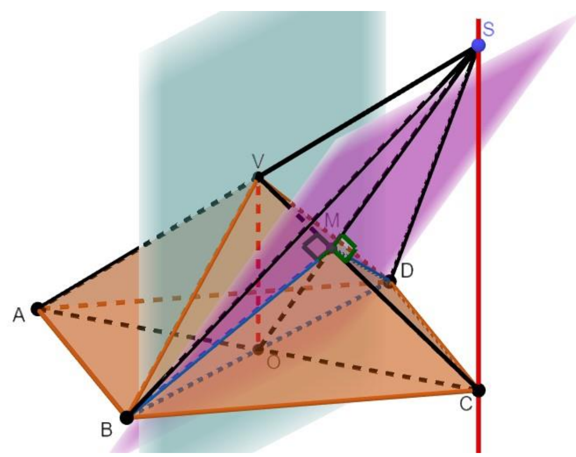


**Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a**

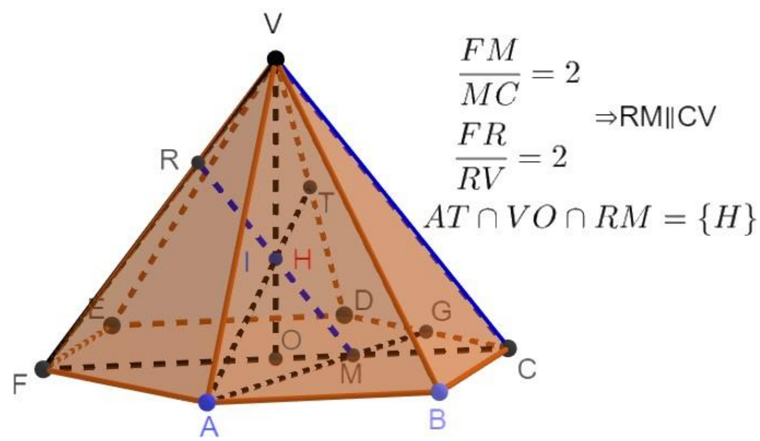
**Semestrul II**

## PIRAMIDA

1. Se consideră piramida patrulateră regulată $VABCD$ a cărei înălțime $VO$ este cât jumătate din muchia bazei. Știind că punctul $S$ este simetricul punctului $A$ față de $V$, demonstrați că:
   a) dreapta $SC$ este paralelă cu planul $(VBD)$;
   b) dreapta $CV$ este perpendiculară pe planul $(SBD)$.



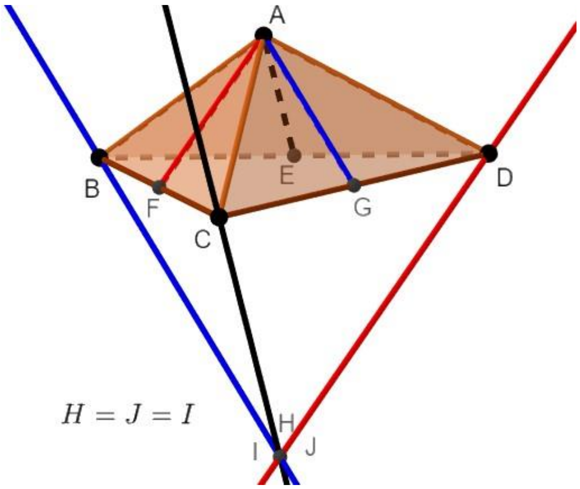

2. Se consideră piramida hexagonală regulată $VABCDEF$ de vârf $V$, în care $G$ este mijlocul lui $[CD]$, $O$ este centrul bazei, $GA \cap CF = \{M\}$ și $R \in (VF)$ astfel încât $2VF = 3FR$. Demonstrați că:
   a) dreapta $RM$ este paralelă cu planul $(VBC)$;
   b) $RM, AT$ și $VO$ sunt drepte concurente, $T$ fiind mijlocul lui $[VD]$.



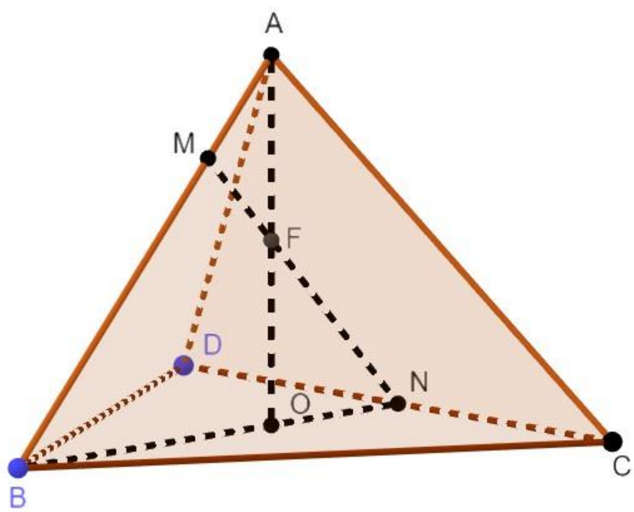



**Material realizat în cadrul programului Digitaliada.**

3. Demonstrați că într-un tetraedru $ABCD$ paralelele prin $B, C, D$ la medianele fețelor opuse care pornesc din $A$ sunt concurente.




4. În piramida triunghiulară regulată $ABCD$ considerăm punctul $M$ pe latura $AB$ astfel încât $AB = 4AM$ și $N$ mijlocul lui $CD$. Demonstrați că mijlocul înălțimii $AO$ aparține dreptei $MN$.

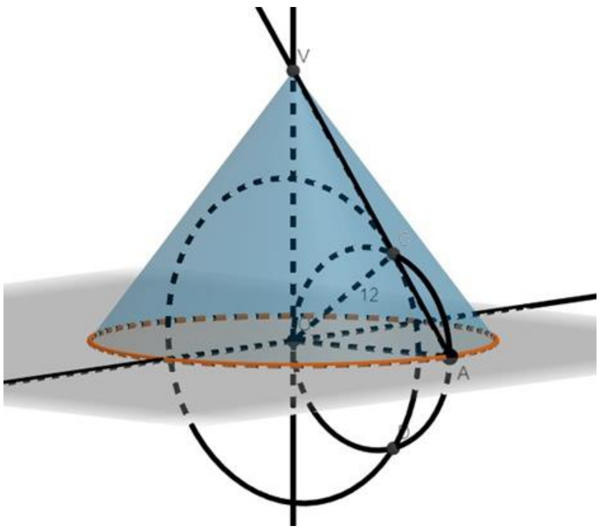


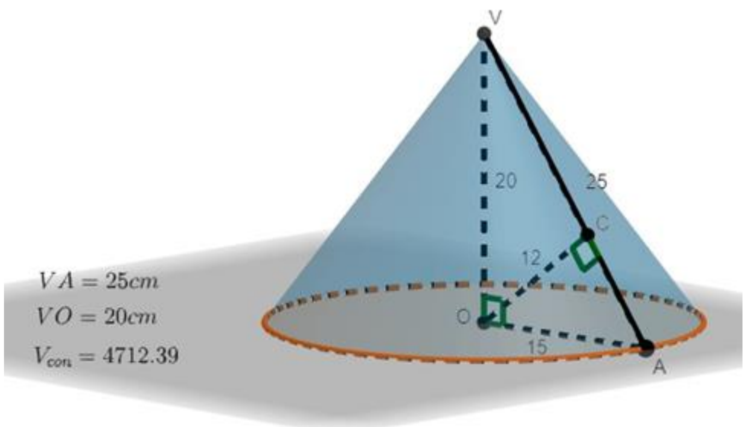
## Probleme de matematică demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

## Semestrul II

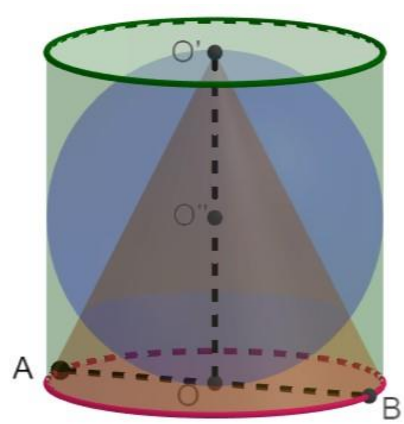
### CORPURI ROTUNDE

1. Un con circular drept are ca bază un cerc de centru $O$ și rază $15\ cm$. Distanța de la centrul $O$ la o generatoare este egală cu 12 cm. Calculați:
   a) generatoarea și înălțimea conului;
   b) volumul conului.



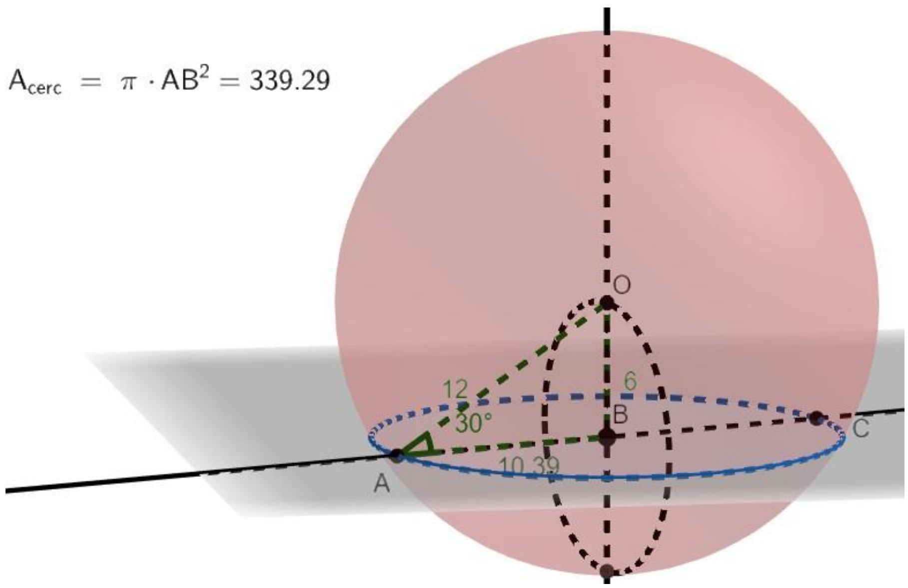




2. O sferă și un con circular drept sunt înscrise într-un cilindru circular drept de rază n. Arătați că $V_{cilindru} = V_{con} + V_{sfera}$

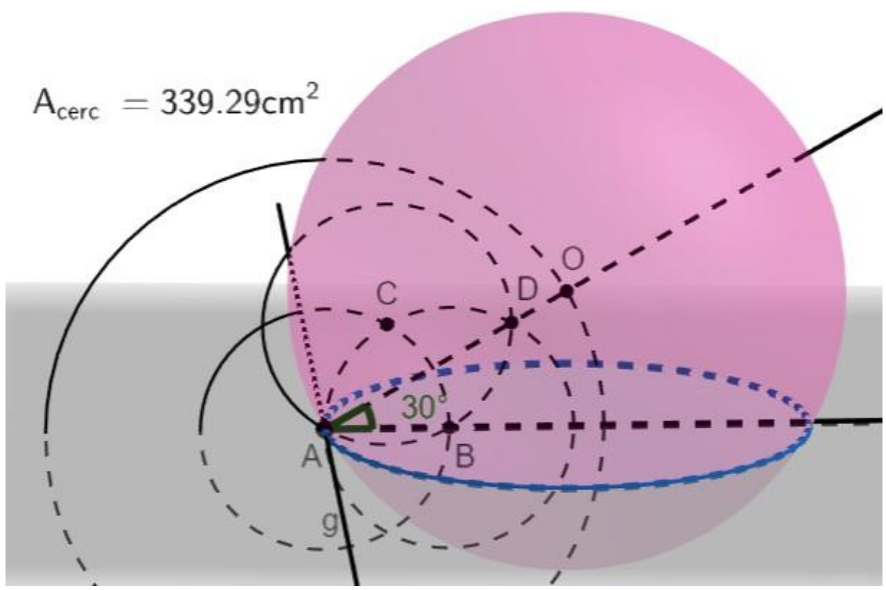



$$V_{con} + V_{sfera} = 261.8 + 523.6 = 785.4$$
$$V_{cilindru} = 785.4$$

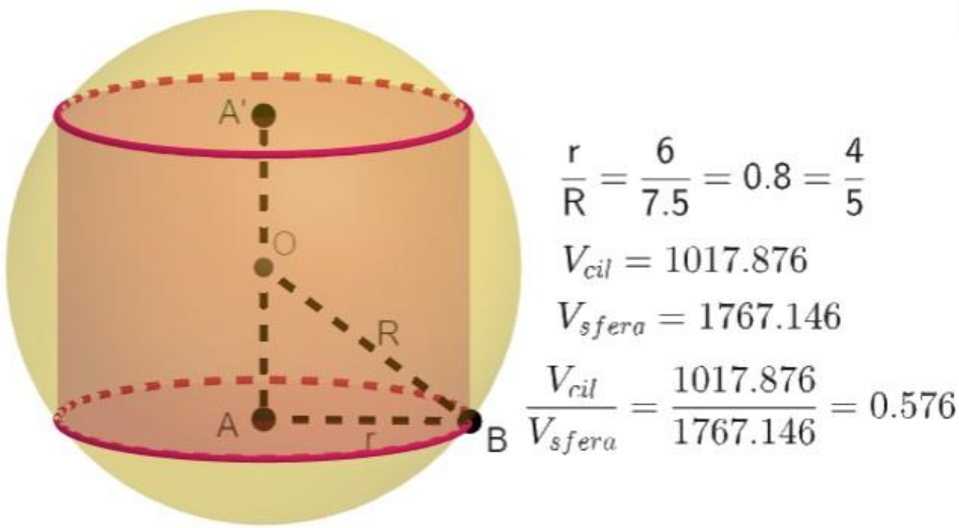
3. Se consideră sfera $S(O;12)$ și $OA$ o rază a sa. Prin punctul $A$ trece un plan care formează cu dreapta $OA$ un unghi de $30°$. Calculați aria secțiunii determinate de plan în sfera $S(O;12)$.
*Metoda I.*



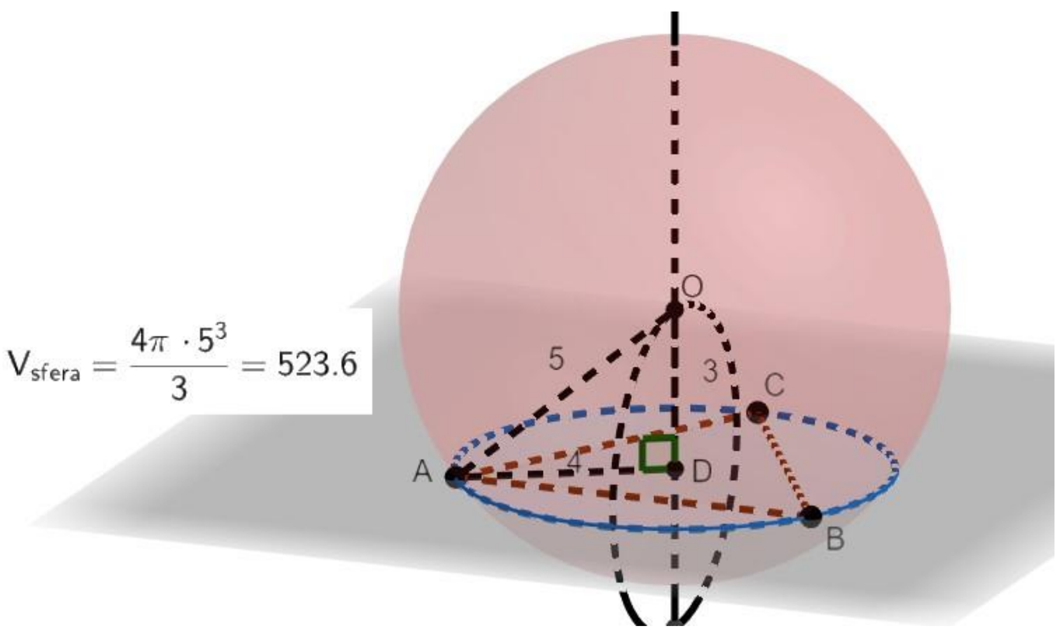

*Metoda a II-a*



4. Un cilindru circular drept de rază $r$ este înscris într-o sferă $S(O;R)$. Dacă $\frac{r}{R}=\frac{4}{5}$, aflați raportul dintre volumul cilindrului și volumul sferei.




5. Trei puncte *A*, *B* și *C* sunt situate pe o sferă și formează un triunghi echilateral cu latura $4\sqrt{3}\ cm$. Aflați volumul sferei, știind că distanța de la centrul sferei la planul $(ABC)$ este de $3\ cm$.



## BIBLIOGRAFIE

1. Fianu, M., Perianu, M., Balica, I., *Matematică Clasa a VIII-a,* Editura Art Educațional, București, 2019.
2. Negrilă, A., Negrilă, Maria, *Matematică Algebră Geometrie, clasa a VIII-a,* Editura Paralela 45, Pitești, 2019.
3. Pop, C.P., Pop, Simona, *Olimpiada satelor din România pentru clasele VI-VIII,* Editura Nomina, Pitești, 2018.
4. Păduraru, V., *Constructii geometrice cu rigla si compasul_Abordari metodice,* Editura Ștef, Iași, 2018.
5. *** *18 editii ale concursului interjudetean de matematica Dimitrie Pompeiu, clasele III-XI,* Editura Taida, Iași, 2019.
6. ***http://mate.info.ro/acasa.html