Digitaliada

Fundația orange

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra

Clasa a VII-a, Semestrul II

Digitaliada Fundația orange

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

Cuprins

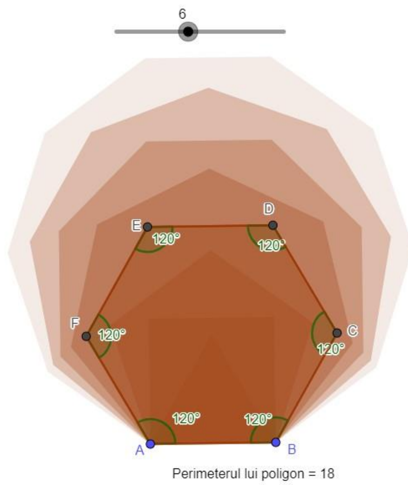
Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

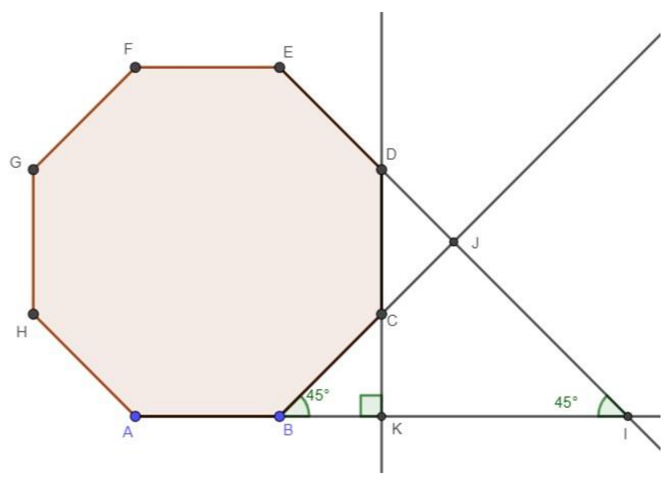
Semestrul II

POLIGOANE REGULATE
Poligoane regulate înscrise într-un cerc

1. Aflați măsurile unghiurilor și perimetrul unui poligon regulat cu n laturi ($3 \leq n \leq 10$), cu lungimea laturii egală cu 3 *cm*.



2. Aflați măsurile unghiurilor formate de dreapta suport a laturii unui octogon regulat cu dreptele suport ale celorlalte laturi.



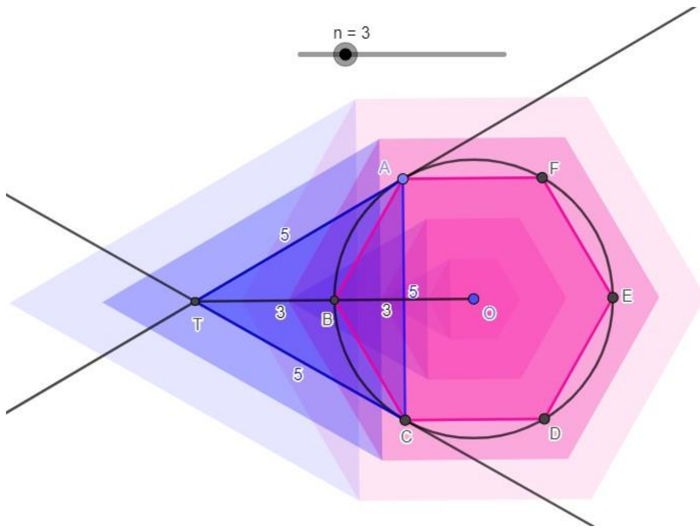
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

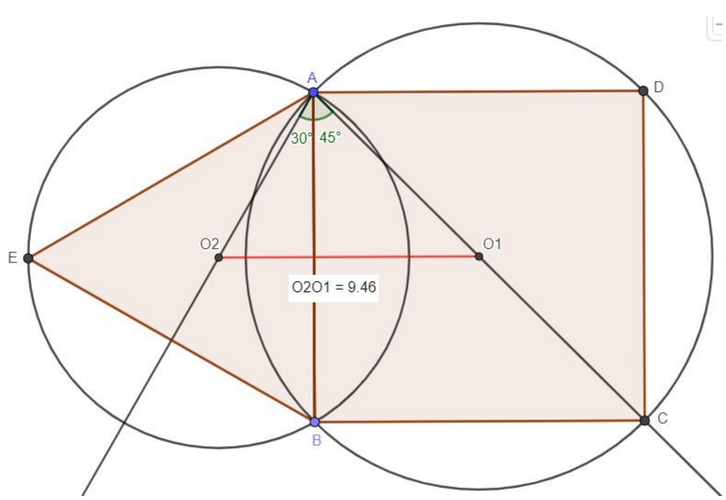
3. $ABCDEF$ este un hexagon regulat, înscris în $\mathcal{C}(O,r)$. Tangentele la cerc în punctele A și C se intersectează în punctul T. Demonstrați că:

a) TAC este un poligon regulat;

b) $OB = BT$.



4. Două cercuri secante, de centre O_1 și O_2 au coarda comună $[AB]$. Știind că $AB = 12\ cm$ și că $[AB]$ este latura unui pătrat înscris în cercul de centru O_1și latura unui triunghi echilateral înscris în cercul de centru O_2, aflați distanța O_1O_2. (Aproximare cu două zecimale exacte)



Digitaliada

Fundația orange

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

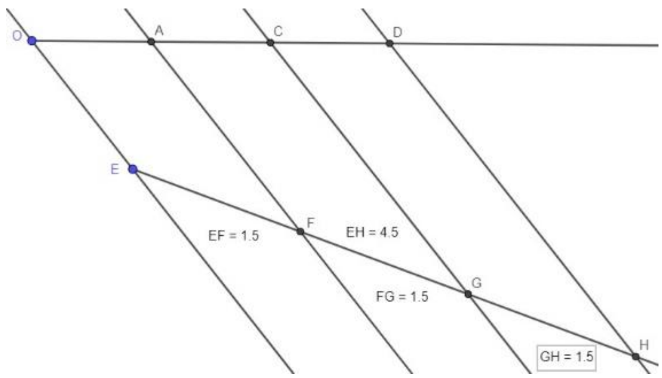
Semestrul II

ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR
Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante.

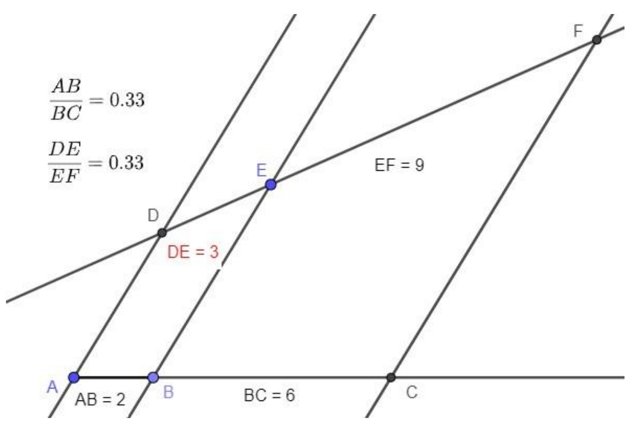
1. Pe semidreapta cu originea în O, se reprezintă punctele A, B, C, astfel încât $OA = 1\ cm, OB = 2\ cm, OC = 3\ cm$. Patru drepte paralele construite prin punctele O, A, B, C intersectează o dreaptă oarecare în punctele E, F, G și H, astfel încât $EF = 1{,}5\ cm$.

a) Arătași că G este mijlocul segmentului FH.

b) Calculați lungimea segmentului EH.



2. Punctele A, B, C aparțin unei drepte *a*, astfel încât $AB = 2\ \mathrm{cm}, BC = 6\ \mathrm{cm}$ iar punctele D, E și F aparțin unei drepte *b*, astfel încât $EF = 9\ \mathrm{cm}$ și segmentele $[AB]$ și $[BC]$ sunt proporționale cu $[DE]$ și $[EF]$. Aflați lungimea lui $[DE]$.



Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

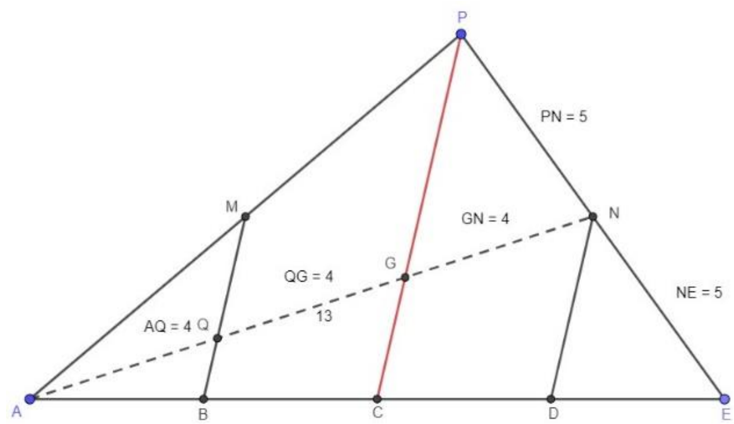
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

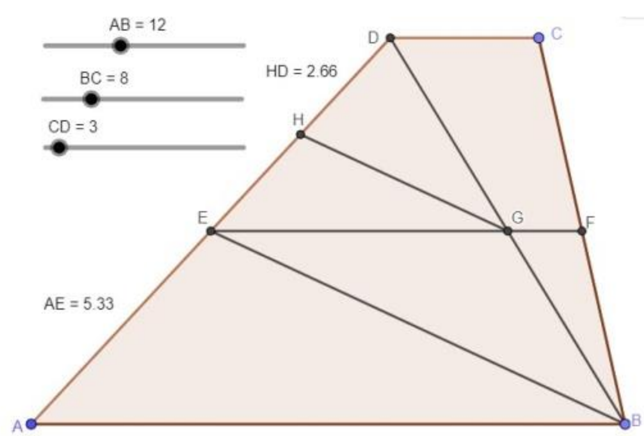
3. Punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, și $AB = BC = CD = DE$, iar P este un punct exterior dreptei AB. Paralela prin B la dreapta PC intersectează dreapta AP în M, iar paralela prin D la dreapta PC intersectează dreapta PE în N.

a) Demonstrați că AN este mediană a triunghiului AEP.

b) Dacă $BM \cap AN = \{Q\}$ și $PC \cap AN = \{G\}$, demonstrați că $AQ = QG = GN$.



4. În trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, linia mijlocie EF ($F \in AD$ și $F \in BC$) intersectează diagonala BD în punctul G, iar $GQ \parallel BH, H \in AD$. Demonstrați că $AE = 2 \cdot DH$.

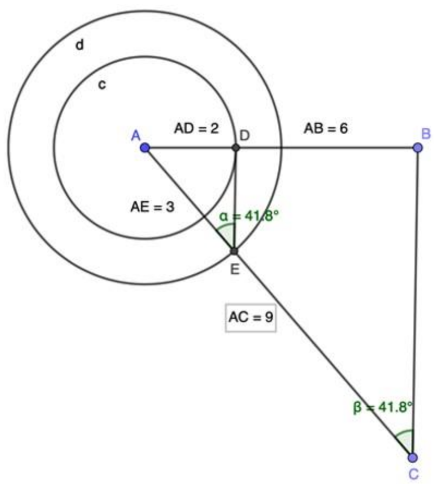


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

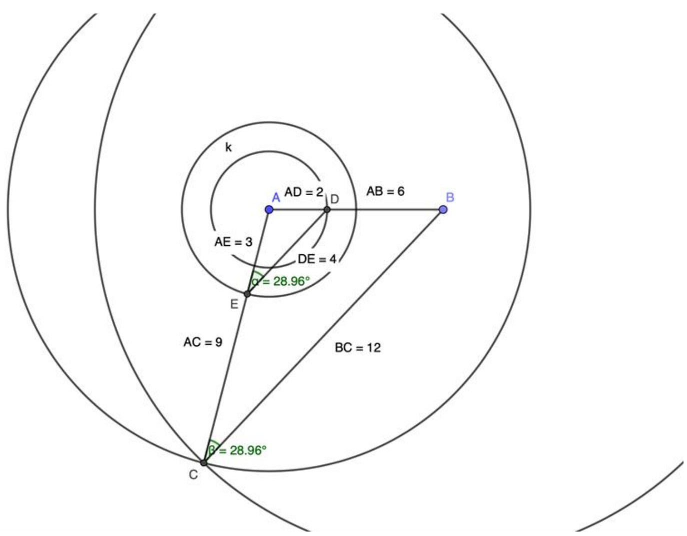
Semestrul II

Teorema lui Thales

1. Fie triunghiul ABC, cu $AB = 6\ cm$, $AC = \ 9\ cm$ și punctele D și E, $D \in (AB)$ și $E \in (AC)$, astfel încât $AD = 2\ cm\ și\ AE = 3\ cm$. Stabiliți dacă $DE \parallel BC$.



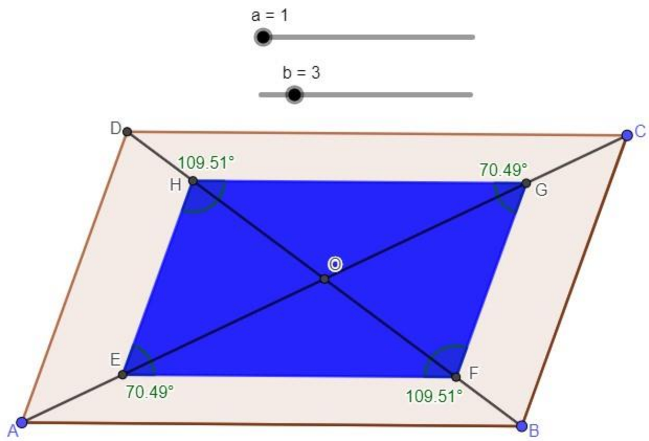
2. În condițiile problemei precedente, dacă în plus avem $BC = 12\ cm$, arătați că $DE = 4\ cm$.



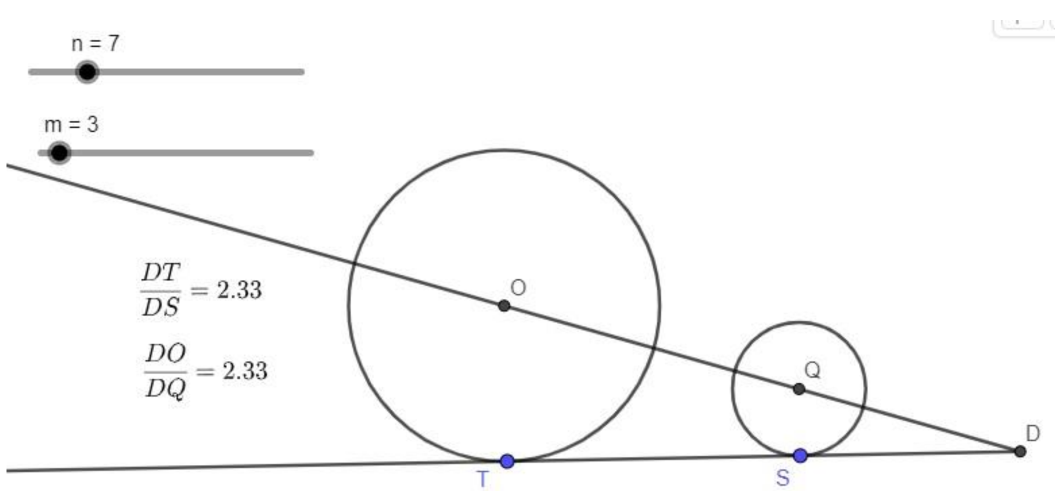
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

3. În paraleogramul $ABCD$, punctele E, F, G și H împart segmentele AO, BO, CO și DO în același raport. Demonstarți că $EFGH$ este un paralelogram.



4. Dreapta a este tangent în T și S la cercurile de centre O, respectiv Q. Dacă $\{D\} = TS \cap OQ$, arătați că $\frac{DT}{DS} = \frac{DO}{DQ}$.

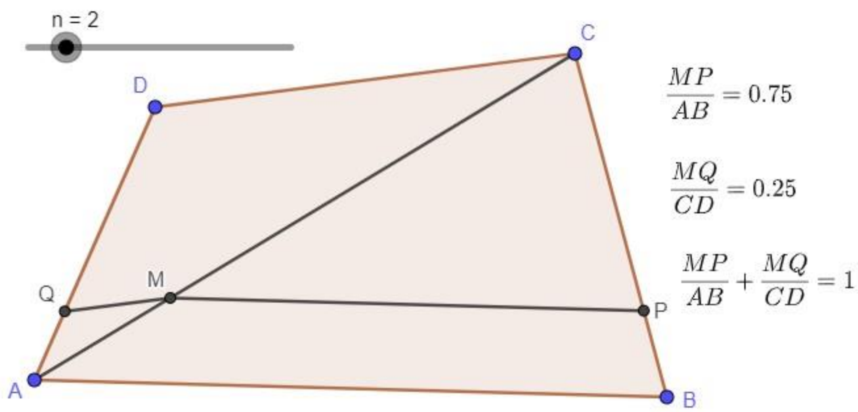


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

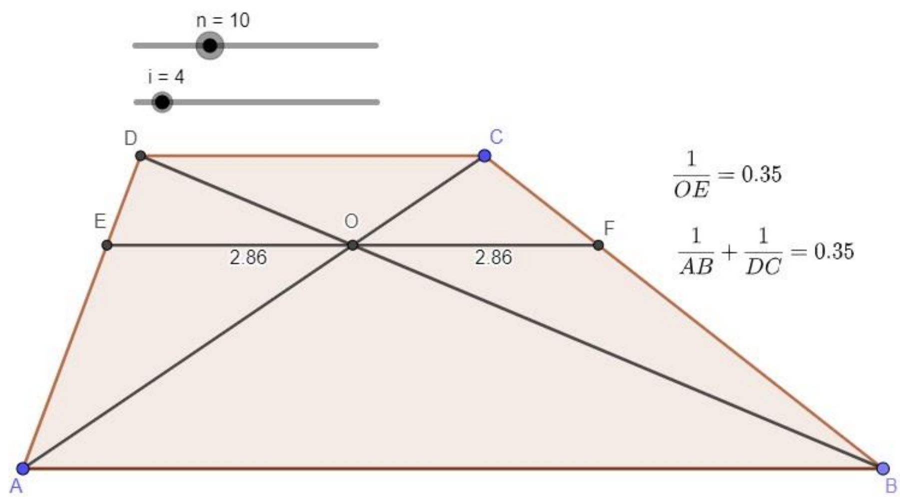
Asemănarea triunghiurilor

1. Fie M un punct pe diagonala AC a patrulaterului convex $ABCD$. Se duc $MP \parallel AB$, $P \in BC$ și $MQ \parallel CD$, $Q \in AD$. Arătați că $\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD}$ = constant.



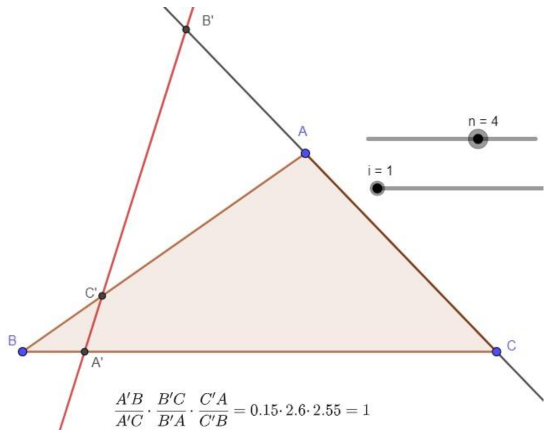
2. Fie O punctul de intersecție a diagonalelor unui $ABCD$. Paralela dusă prin O la baze intersectează laturile $[AD]$ și $[BC]$ în E și F. Demonstrați că:

a) $[OE] \equiv [OF]$
b) $\frac{1}{OE} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}$



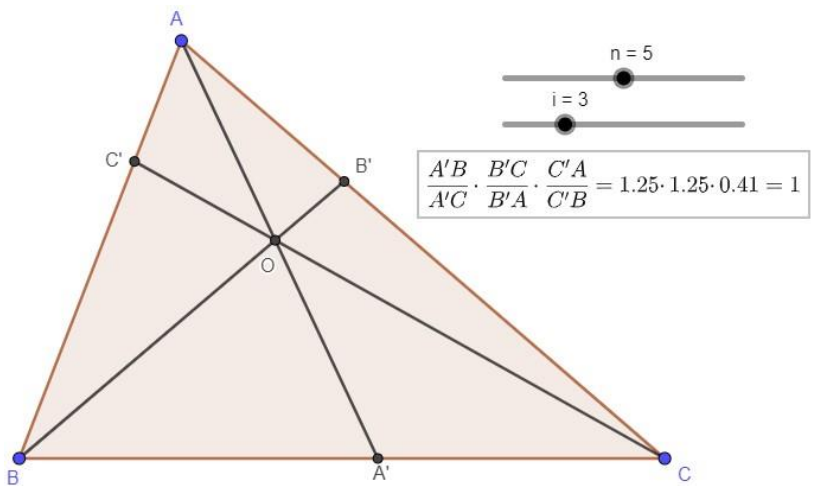
3. (**Teorema lui Menelaus**) Fie un triunghi ABC și o dreaptă *d* care nu trece prin A, B sau C. Dacă *d* intersectează BC, CA, AB în punctele A', B' și C', atunci:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$$



4. (**Teorema lui Ceva**) Fie un triunghi ABC și punctele $A' \in (BC), B' \in (CA), C' \in (AB)$. Dacă dreptele AA', BB', CC' au în comun un punct O, atunci:

$$\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$$



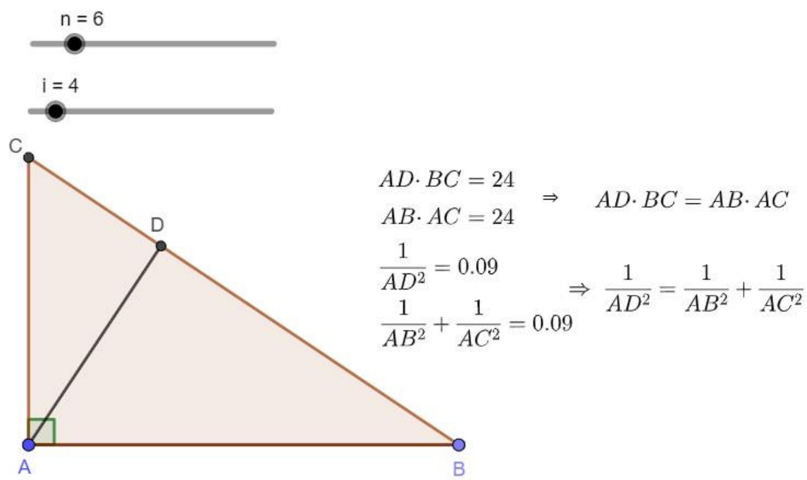
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

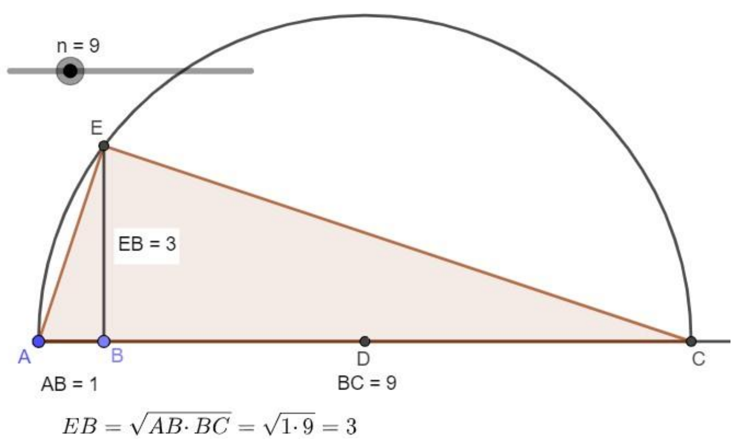
Relații metrice în triunghiul dreptunghic
Teorema înălțimii

1. Fie ΔABC dreptunghic în A, $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Demonstrați relațiile:

a) $AD \cdot BC = AB \cdot AC$;
b) $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$



2. Dacă *n* este un număr natural, $n \geq 2$, să se construiască un segment cu lungimea $\sqrt{n}$.

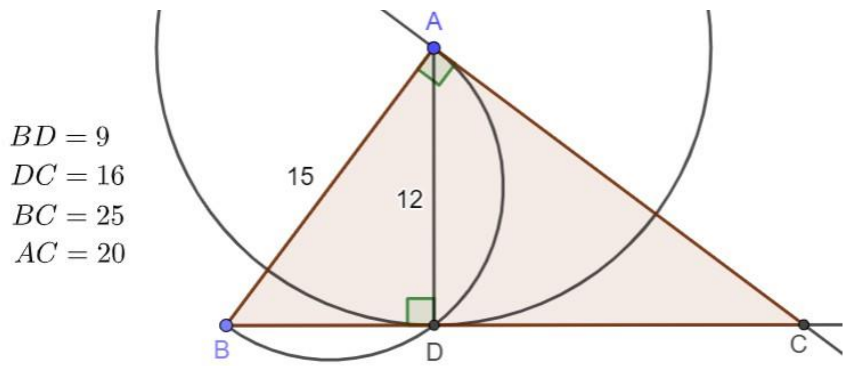


Material realizat în cadrul programului Digitaliada.

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

3. În triunghiul ABC cu $m(\measuredangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC, AB = 15\ cm$ și $AD = 12\ cm.$. Calculați BD, DC, BC și AC.

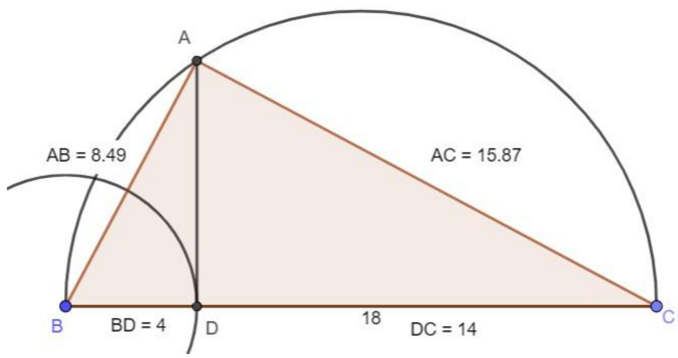


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

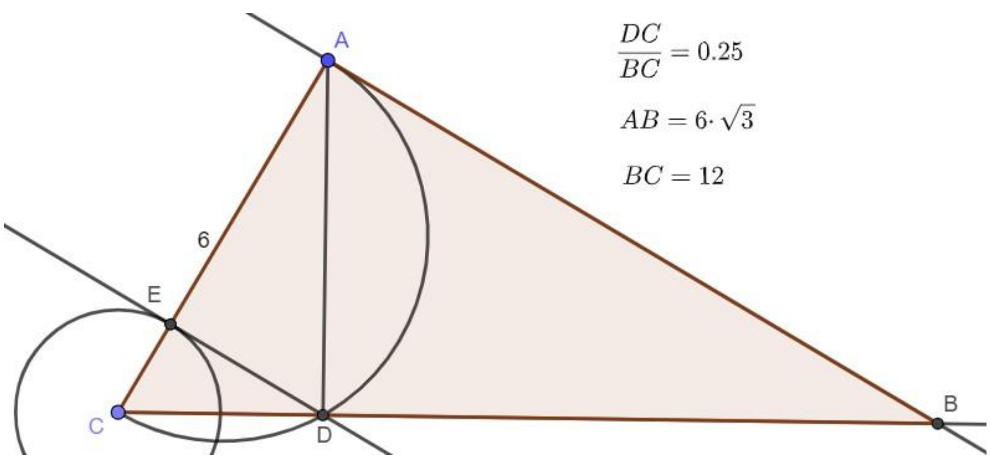
Semestrul II

Teorema catetei

1. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$, $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{7}$ și $BC = 18\ cm$. Calculați BD, DC, AC și AB. (Aproximare cu două zecimale exacte)



2. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$, $\frac{DC}{BC} = \frac{1}{4}$ și $AC = 6\ cm$. Calculați BC și AB.

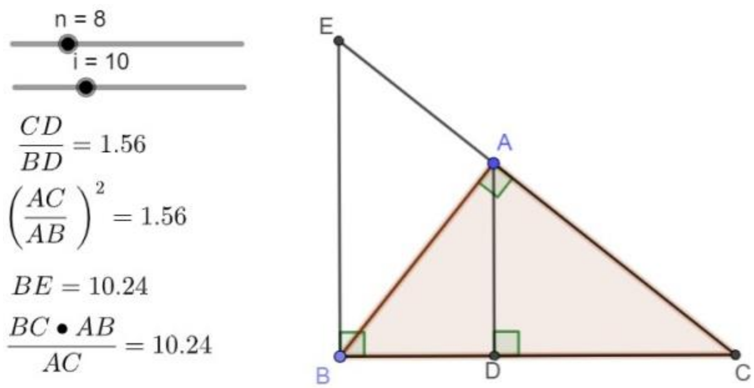


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

3. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$ și $AD \perp BC$, $D \in BC$. Se ridică în B perpendiculara pe BC și se notează cu E intersecția ei cu dreapta AC. Să se demonstreze că:

a) $\frac{CD}{BD} = \left(\frac{AC}{AB}\right)^2$ b) $BE = \frac{BC \cdot AB}{AC}$

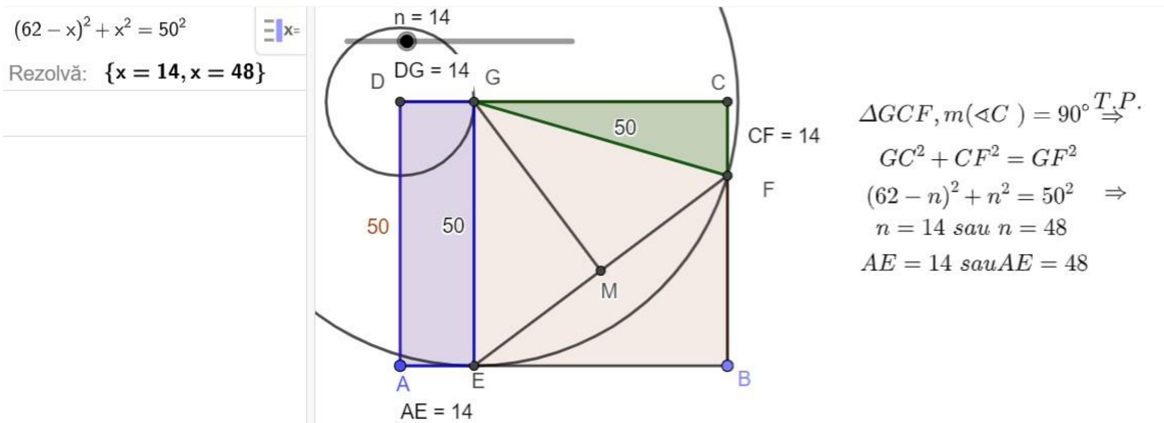


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VII-a

Semestrul II

Teorema lui Pitagora

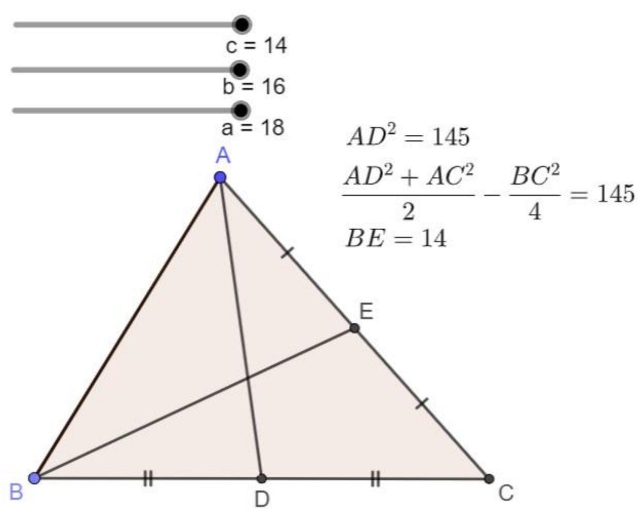
1. Pe laturile dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 62\ cm$ și $BC = 50\ cm$, se consideră punctele $E \in (AB), F \in (BC), G \in (CD)$ astfel încât $AE = FC = GD$, și $M \in (EF)$, astfel încât $EM = MF$. Dacă GM este mediatoarea segmentului EF, aflați lungimea lui $[AE]$.



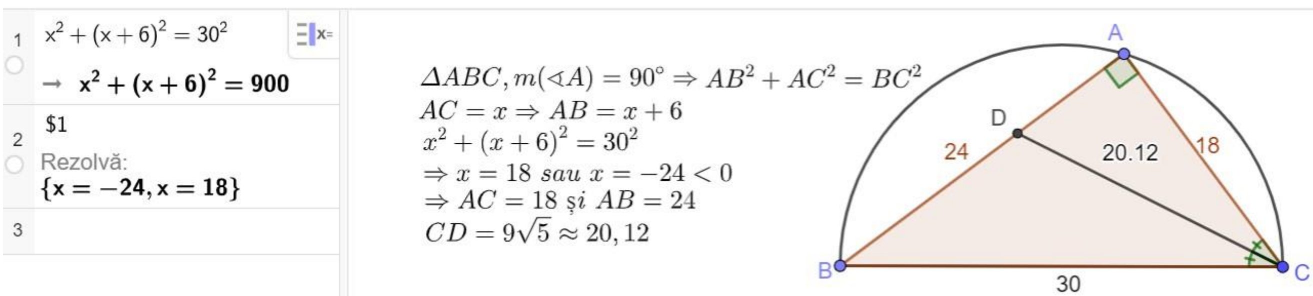
2. În triunghiul ABC, AD și BE sunt mediane.

a) Demonstrați că $AD^2 = \frac{AB^2+AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$ (Teorema medianei);

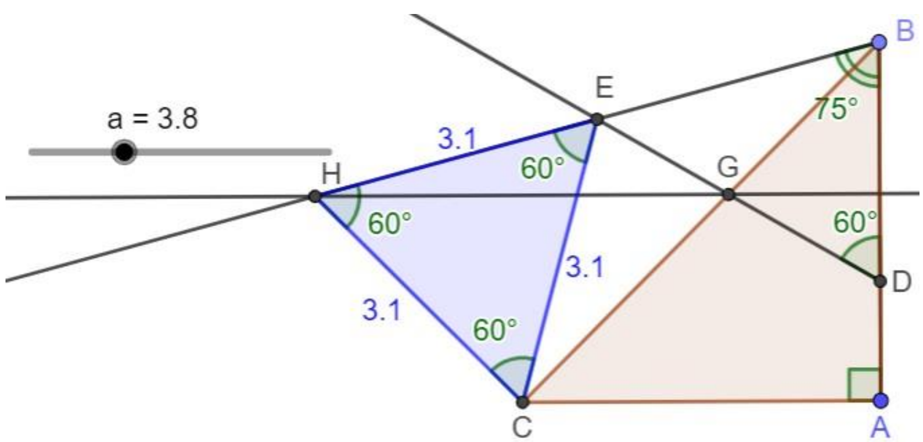
b) Dacă $AB = 14\ cm, AC = 16\ cm$ și $BC = 18\ cm$, calculați BE.



3. Triunghiul ABC este dreptunghic în A. Punctul $D \in (AB)$, astfel încât $\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle BCD$. Dacă $AB - AC = 6\ cm$ și $BC = 30\ cm$, aflați lungimea segmentului $[CD]$.



4. Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel $ABC, m(A) = 90$, și punctul $D \in (AB)$ astfel încât $AD = \frac{1}{3}AB$. În semiplanul determinat de dreapta AB și punctul C se consideră punctul E pentru care $m(\sphericalangle BDE) = 60°$ și $m(\sphericalangle DBE) = 75°$. Dreptele BC și DE se intersectează în punctul G, iar paralela prin punctul G la dreapta AC intersectează dreapta BE în punctul H. Demonstrați că triunghiul CEH este echilateral.



BIBLIOGRAFIE

1. Negrilă, A., Negrilă, Maria, *Matematică , clasa a VII-a,* Editura Paralela 45, București, 2019.
2. Perianu, M., Balica, i., *Matematică, clasa a VII-a,* Editura Art Educațional, București, 2019
3. Pop, C.P., Pop, Simona, *Olimpiada satelor din România pentru clasele VI-VIII,* Editura Nomina, Pitești, 2018.
4. ****Matematică, Manual pentru clasa a VII-a,* Editura Sigma,București, 2019.
5. ***http://mate.info.ro/acasa.html