

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra Clasa a VIII-a, Semestrul II



Textul și ilustrațiile din acest document sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta, ilustrațiile, mărcile înregistrate, logourile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.



Cuprins

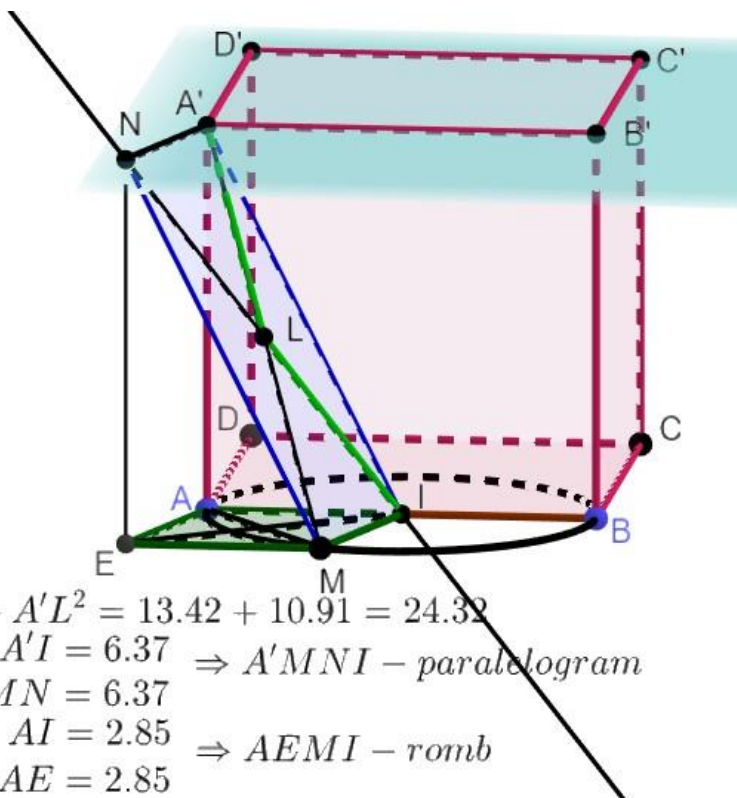
CUBUL.....	2
PRISMA	5
PIRAMIDA.....	7
CORPURI ROTUNDE.....	9
BIBLIOGRAFIE.....	12

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

Semestrul II

CUBUL

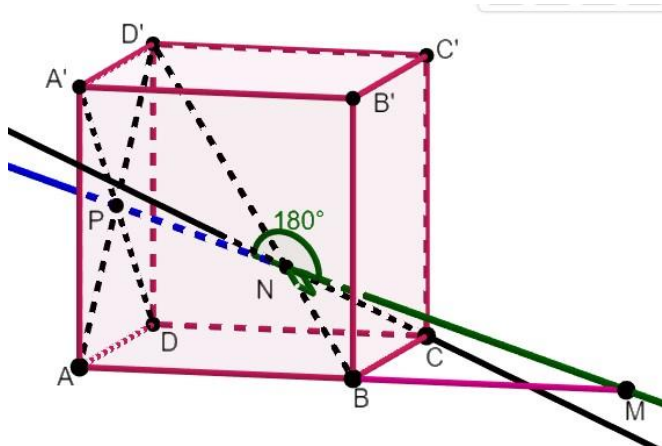
1. Se consideră un cub $ABCD A' B' C' D'$. În planul bazei $ABCD$ se consideră cercul cu diametrul AB . Fie M un punct pe acest cerc, L mijlocul segmentului $A'M$, I mijlocul laturii AB , N intersecția dreptei IL cu planul bazei $A' B' C' D'$.
 - a) Arătați că suma $IL^2 + A'L^2$ este constantă când M descrie cercul.
 - b) Demonstrați că $A' N M I$ este paralelogram.
 - c) Demonstrați că proiecția lui $A' N M I$ pe planul bazei $ABCD$ este un romb sau un segment.



Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

Semestrul II

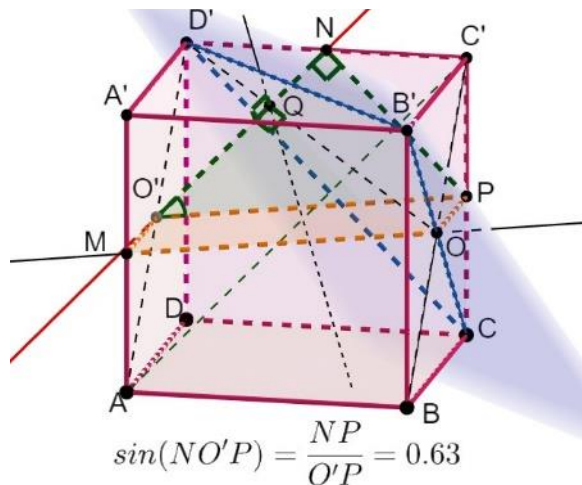
2. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$, M este simetricul punctului A față de punctul B , N este piciorul perpendicularei din C pe dreapta BD' , iar P este centrul pătratului $ADD'A'$. Arătați că punctele M, N și P sunt coliniare.



3. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un cub, M și N mijloacele muchiilor AA' , respectiv $C'D'$, iar O și O' centrele fețelor $BCC'B'$, respectiv $ADD'A'$.

a) Demonstrați că $NO' \perp (B'CD')$

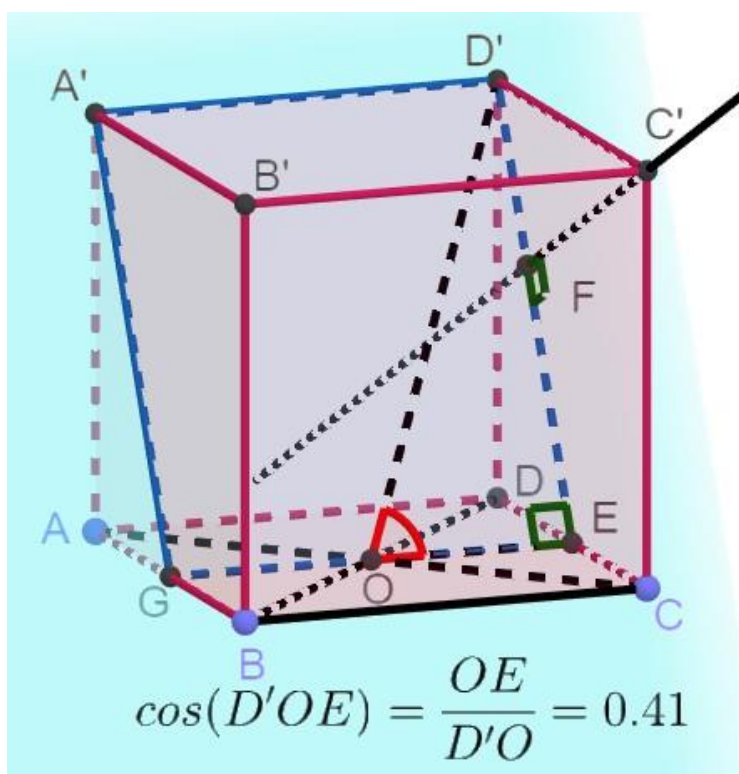
b) Determinați sinusul unghiului dintre dreptele MO și NO' .



Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

Semestrul II

4. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un cub cu muchia egală cu $2n$, iar O centrul feței $ABCD$.
- Calculați cosinusul unghiului dintre dreptele BC și $D'O$.
 - Calculați distanța de la punctul C' la planul $(A'D'O)$.

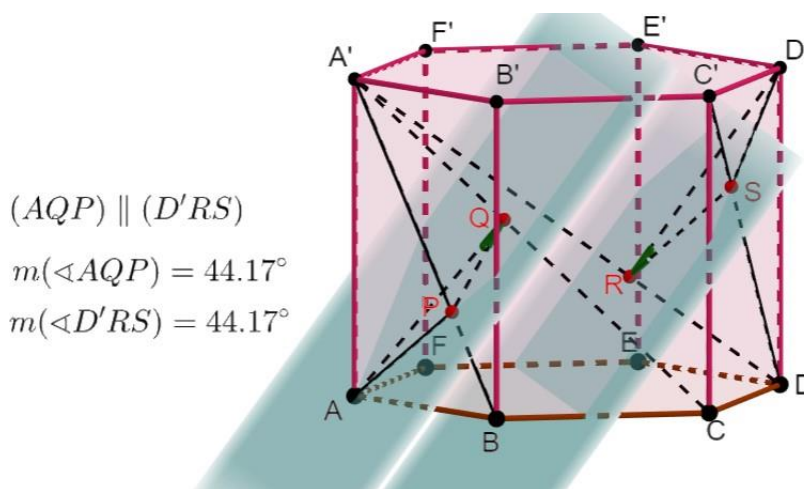


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

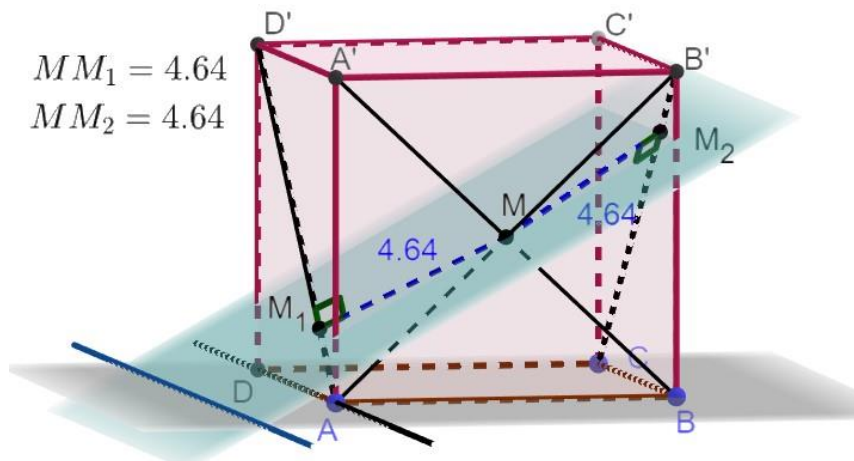
Semestrul II

PRISMA

- În prisma hexagonală regulată $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$, construim P, Q , proiecțiile punctului A pe segmentele $[A'B]$ respectiv $[A'C]$, și R, S , proiecțiile punctului D' pe segmentele $[A'D]$ respectiv $[C'D]$.
 - Determinați măsura unghiului dintre planele (AQP) și $(D'RS)$.
 - Arătați că $\sphericalangle AQP \equiv \sphericalangle D'RS$.



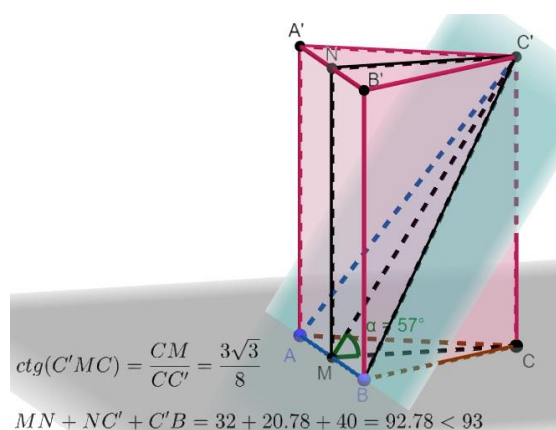
- În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ notăm cu M centrul feței $ABB' A'$. Notăm cu M_1 și M_2 proiecțiile lui M pe dreptele $B'C$ și respectiv AD' . Demonstrați că:
 - $[MM_1] \equiv [MM_2]$;
 - Dacă $(MM_1 M_2) \cap (ABC) = d$, atunci $d \parallel AD$;



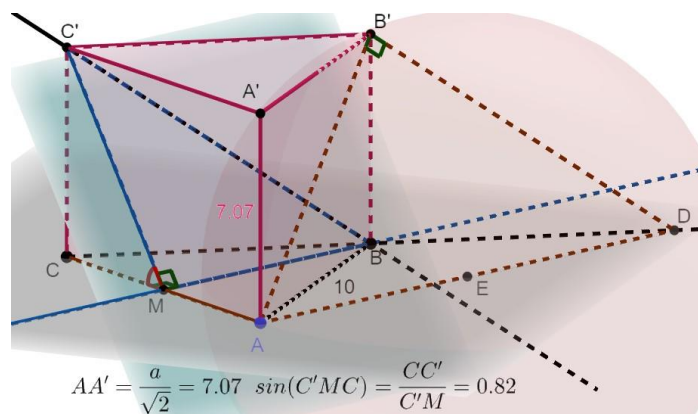
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

Semestrul II

3. Se consideră o cutie din carton care are forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCA'B'C'$ cu $AB = 24 \text{ cm}$ și $AA' = 32 \text{ cm}$.
- Calculați cotangenta unghiului determinat de planele (ABC) și (ABC') .
 - O furnică se deplasează pe fețele prisme, în linie dreaptă, pe traseul $M \rightarrow N \rightarrow C' \rightarrow B$ unde M și N sunt mijloacele muchiilor $[AB]$ și respectiv $[A'B']$. Arătați că lungimea traseului parcurs de furnică este mai mic decât 93 cm .



4. O prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ are bazele triunghiuri echilaterale cu latura de lungime a . Știind că dreptele AB' și BC' sunt perpendiculare, să se afle:
- lungimea muchiei laterale;
 - o funcție trigonometrică a unghiului format de planele (BMC') și (ABC) , unde M este mijlocul muchiei $[AB]$.

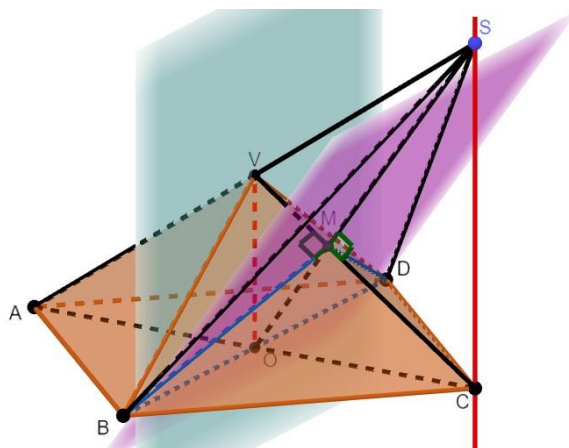


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

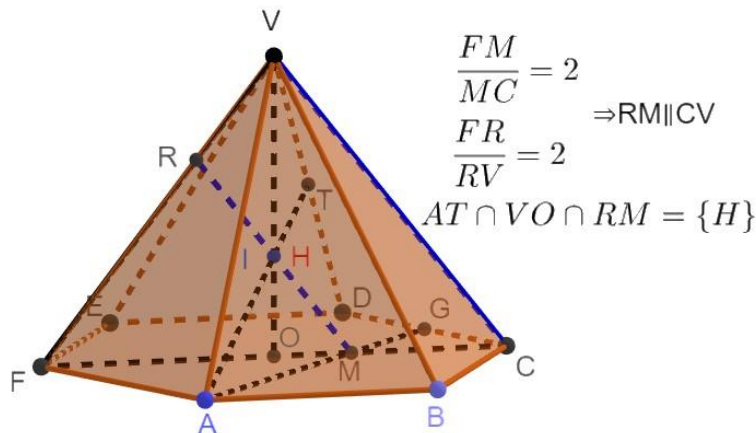
Semestrul II

PIRAMIDA

- Se consideră piramida patrulateră regulată $VABCD$ a cărei înălțime VO este cât jumătate din muchia bazei. Știind că punctul S este simetricul punctului A față de V , demonstrați că:
 - dreapta SC este paralelă cu planul (VBD) ;
 - dreapta CV este perpendiculară pe planul (SBD) .

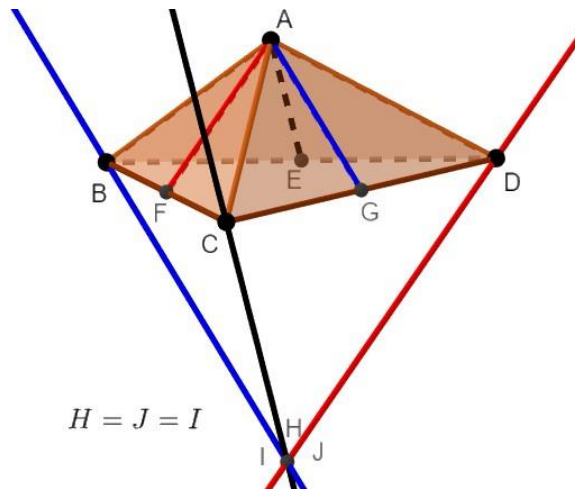


- Se consideră piramida hexagonală regulată $VABCDEF$ de vârf V , în care G este mijlocul lui $[CD]$, O este centrul bazei, $GA \cap CF = \{M\}$ și $R \in (VF)$ astfel încât $2VF = 3FR$. Demonstrați că:
 - dreapta RM este paralelă cu planul (VBC) ;
 - RM, AT și VO sunt drepte concurente, T fiind mijlocul lui $[VD]$.

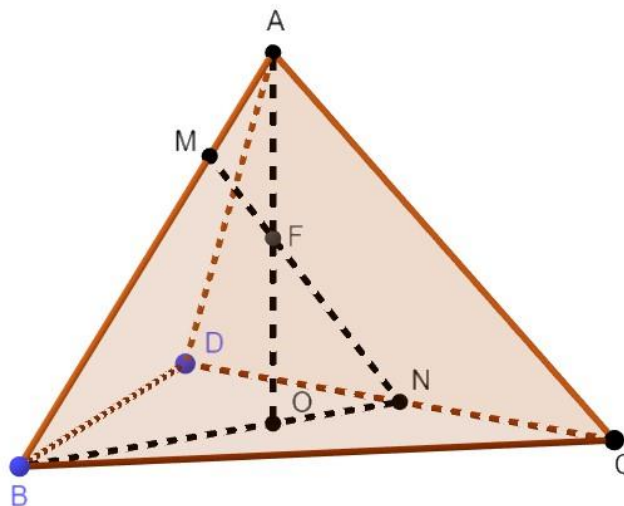


Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a
Semestrul II

3. Demonstrați că într-un tetraedru $ABCD$ paralelele prin B, C, D la medianele fețelor opuse care pornesc din A sunt concurente.



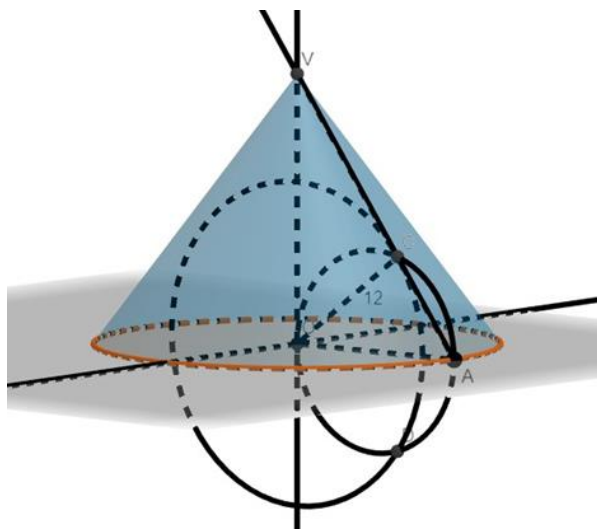
4. În piramida triunghiulară regulată ABC considerăm punctul M pe latura AB astfel încât $AB = 4AM$ și N mijlocul lui CD . Demonstrați că mijlocul înălțimii AO aparține dreptei MN .



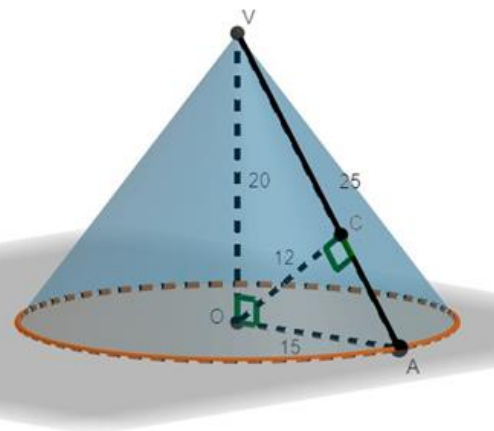
Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a
Semestrul II

CORPURI ROTUNDE

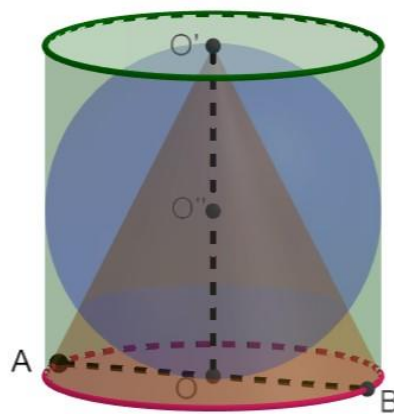
1. Un con circular drept are ca bază un cerc de centru O și rază 15 cm . Distanța de la centrul O la o generatoare este egală cu 12 cm . Calculați:
- generatoarea și înălțimea conului;
 - volumul conului.



$$\begin{aligned} VA &= 25\text{cm} \\ VO &= 20\text{cm} \\ V_{\text{con}} &= 4712.39 \end{aligned}$$



2. O sferă și un con circular drept sunt înscrise într-un cilindru circular drept de rază n . Arătați că $V_{\text{cilindru}} = V_{\text{con}} + V_{\text{sferă}}$



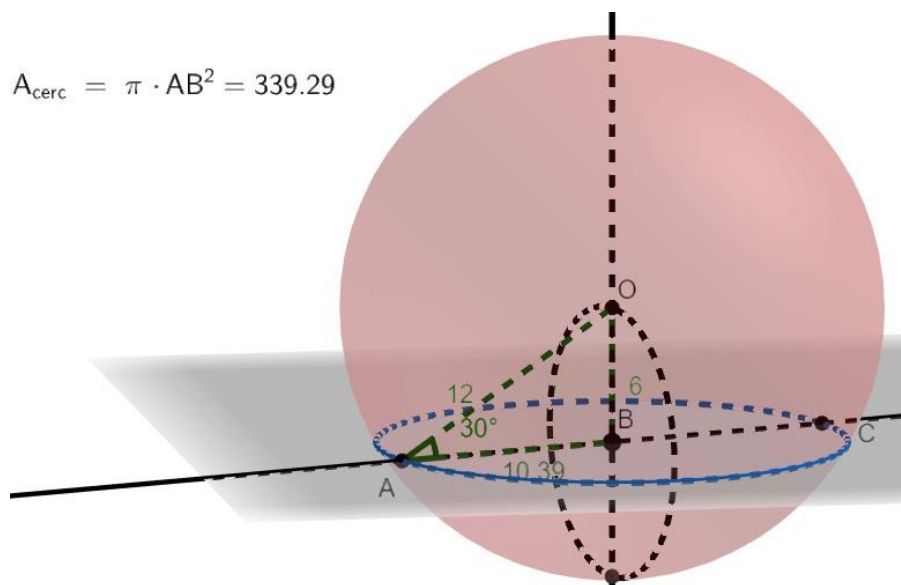
$$\begin{aligned} V_{\text{con}} + V_{\text{sferă}} &= 261.8 + 523.6 = 785.4 \\ V_{\text{cilindru}} &= 785.4 \end{aligned}$$

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

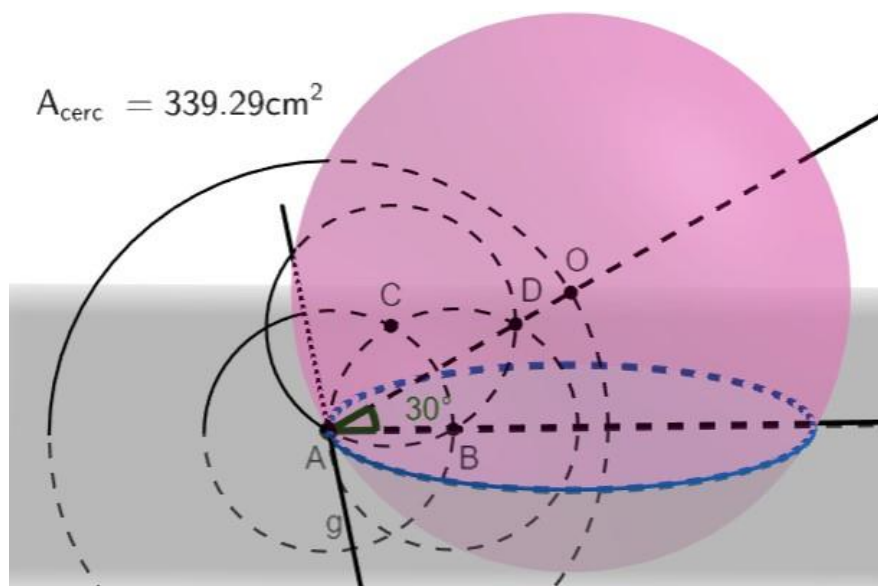
Semestrul II

3. Se consideră sfera $S(O; 12)$ și OA o rază a sa. Prin punctul A trece un plan care formează cu dreapta OA un unghi de 30° . Calculați aria secțiunii determinate de plan în sfera $S(O; 12)$.

Metoda I.



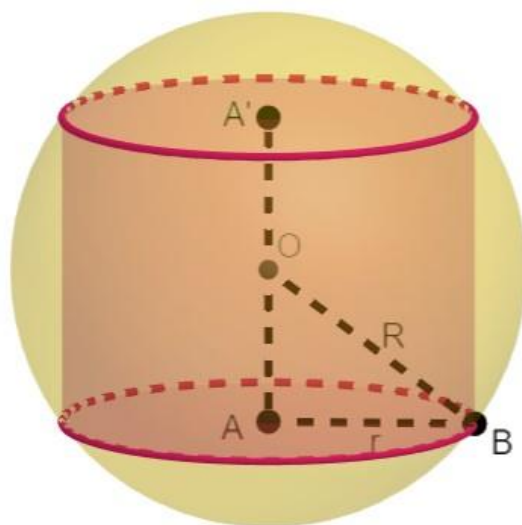
Metoda a II-a



Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

Semestrul II

4. Un cilindru circular drept de rază r este înscris într-o sferă $S(O; R)$. Dacă $\frac{r}{R} = \frac{4}{5}$, aflați raportul dintre volumul cilindrului și volumul sferei.



$$\frac{r}{R} = \frac{6}{7.5} = 0.8 = \frac{4}{5}$$

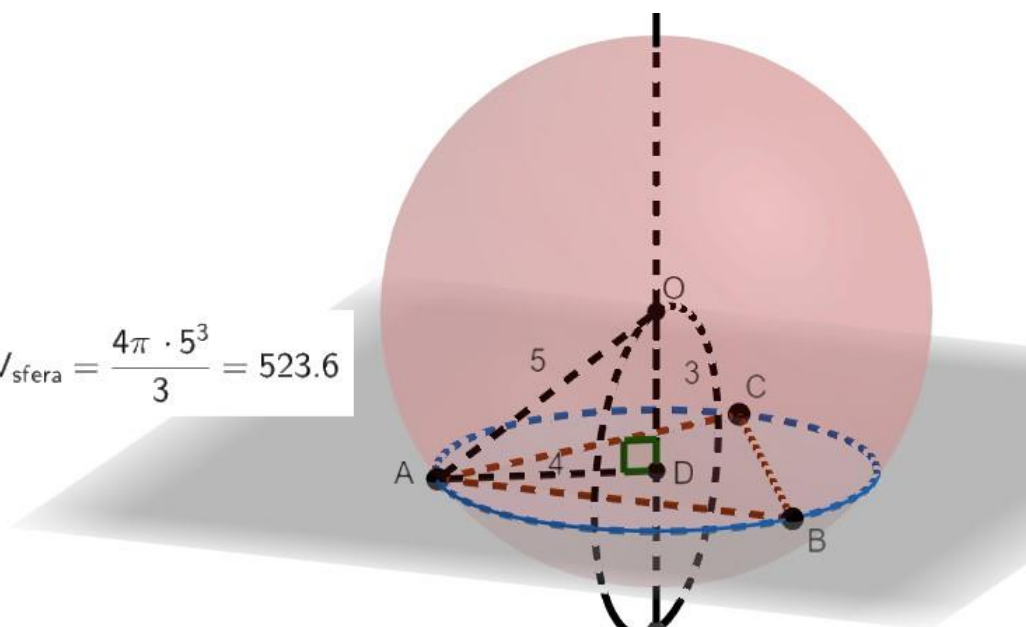
$$V_{cil} = 1017.876$$

$$V_{sfera} = 1767.146$$

$$\frac{V_{cil}}{V_{sfera}} = \frac{1017.876}{1767.146} = 0.576$$

5. Trei puncte A , B și C sunt situate pe o sferă și formează un triunghi echilateral cu latura $4\sqrt{3}$ cm. Aflați volumul sferei, știind că distanța de la centrul sferei la planul (ABC) este de 3 cm.

$$V_{sfera} = \frac{4\pi \cdot 5^3}{3} = 523.6$$



Pași:

Probleme demonstrate în aplicația GeoGebra - Clasa a VIII-a

Semestrul II

BIBLIOGRAFIE

1. Fianu, M., Perianu, M., Balica, I., *Matematică Clasa a VIII-a*, Editura Art Educațional, București, 2019.
2. Negrilă, A., Negrilă, Maria, *Matematică Algebră Geometrie, clasa a VIII-a*, Editura Paralela 45, Pitești, 2019.
3. Pop, C.P., Pop, Simona, *Olimpiada satelor din România pentru clasele VI-VIII*, Editura Nomina, Pitești, 2018.
4. Păduraru, V., *Construcții geometrice cu rigla și compasul_Abordări metodice*, Editura Ștef, Iași, 2018.
5. *** 18 editii ale concursului interjudetean de matematica Dimitrie Pompeiu, clasele III-XI, Editura Taida, Iași, 2019.
6. ***<http://mate.info.ro/acasa.html>