

PROIECT DIDACTIC

Clasa a VIII-a

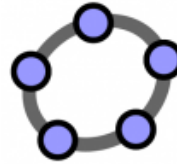
Matematică



Proiect didactic realizat de Monica Maria Popovici, profesor Digitaliada, revizuit de Ioan Popa, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

Înțelegerea matematicii utilizând aplicația *GeoGebra Math Calculators*



Clasa a VIII-a - Corpuri geometrice. Pozițiile relative a două drepte în spațiu

Tipul lecției- Lecție de predare

Introducere

În această lecție introductivă, elevii de clasa a VIII-a vor învăța să cunoască și să recunoască pozițiile relative a două drepte în spațiu și să le identifice în corpuri geometrice. Utilizând aplicația **GeoGebra Math Calculators**, elevii vor vizualiza pe tabletă diverse corpuri, din diverse unghiuri, vor identifica și marca drepte și vor rezolva exerciții de recunoaștere a poziției relative a două drepte în spațiu. Elevii vor lucra individual și în echipe de câte doi. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **GeoGebra Math Calculators** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele. Elevii vor fi așezați câte doi în bancă.

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite;

CS 3. Recunoașterea și descrierea unor proprietăți ale unor figuri geometrice plane în configurații date în spațiu sau pe desfășurări ale acestora;

CG 2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice;

CS 3. Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea, prin desen, în plan, a corpurilor geometrice.

Competențe derivate:

- Specificarea pozițiilor relative ale unui punct față de o dreaptă/pozițiilor relative a două drepte în spațiu;
- Construirea pozițiilor relative a două drepte în spațiu;
- Recunoașterea pozițiilor relative în exemplele date;
- Calcularea de lungimi de segmente de dreaptă și măsuri de unghiuri în problemele propuse;
- Utilizarea corespunzătoare a tabletelor în aplicațiile solicitate;
- Înțelegerea unui text matematic.

Strategii didactice învățate:

1. Metode și procedee

Conversația, observația, expunerea, exercițiul, analiza, dialogul, problematizarea, demonstrația.

2. Material suport

Manual, culegeri, fișe de lucru, tablă, cretă albă, portofoliul profesorului, flip-chart, tablete cu aplicația **GeoGebra Math Calculators**.

3. Forme de organizare a activității

Activitate frontală, activitate individuală.

4. Forme de evaluare:

Observarea sistematică se va realiza pe parcursul lecției, prin întrebările și problemele puse elevilor, care vor arăta:

- Volumul și calitatea cunoștințelor însușite;
- Gândirea logică și creativă a elevilor;
- Modul de participare la lecție.

5. Bibliografia:

Culegere, Ștefan Smarandache, Editura Universal Plan

Manual cls. VIII-a, Matematică, R. A. Mariana Mitea, Editura Didactică și Pedagogică

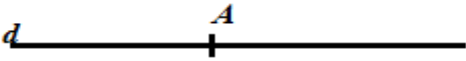
Culegere „Clubul Matematicienilor”, Editura Art

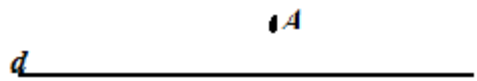
Manual cls. VIII-a, Matematică, Editura Sigma

Concepte abordate

- Axioma lui Euclid
- Drepte coplanare
- Drepte concurente

Desfășurarea lecției

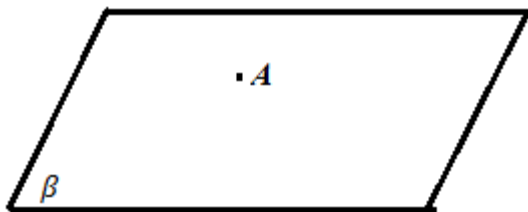
Secvențele lecției	CD	Activități ale lecției		Strategii didactice		Forme de organizare ale:	
		Activitatea profesorului	Activitatea elevului	Metode	Mijloace	Activității	Evaluării
1. Momentul organizatoric (2 min.)		<ul style="list-style-type: none"> - Verificarea prezenței elevilor și notarea absențelor în catalog; - Verificarea ținutei elevilor și a celor necesare desfășurării orei; - Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei. 	<ul style="list-style-type: none"> - Elevii se asigură că au toate cele necesare. - Elevii respectă condițiile de disciplină. 	Dialogul			
2. Anunțarea temei și a obiectivelor fundamentale ale lecției (2 min.)		<p>Astăzi, elevii vor învăța să cunoască și să recunoască pozițiile relative a două drepte în spațiu și să le identifice în corpuri geometrice. Utilizând aplicația GeoGebra Math Calculators, elevii vor vizualiza pe tabletă diverse corpuri, din diverse unghiuri, vor identifica și marca drepte și vor rezolva exerciții de recunoaștere a poziției relative a două drepte în spațiu.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Elevii sunt atenți. 	<p>Expunerea</p> <p>Conversația</p>			Observația sistematică
5. Dirijarea învățării (10 min.)		<p>Se scrie titlul lecției pe tablă: „Pozițiile relative a două drepte în spațiu”. Predarea lecției se va face cu ajutorul elevilor, enunțând și definind unele proprietăți.</p> <p>I. Pozițiile relative a unui punct față de o dreaptă.</p> <p>a. Punctul aparține dreptei ($A \in d$)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>b. Punctul nu aparține dreptei (este exterior dreptei).</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Elevii își notează în caiete informațiile primite; - Elevii răspund la întrebările adresate; - Elevii fac completări unde este cazul; - Elevii pun întrebări dacă nu înțeleg anumite noțiuni; - Elevii folosesc trusa cu instrumente geometrice. 	<p>Conversația</p> <p>Explicația</p> <p>Problematizarea</p>	<p>Caietele</p> <p>Tabla</p>	<p>Activitate individuală</p>	<p>Observația sistematică</p> <p>Chestionarea orală</p>



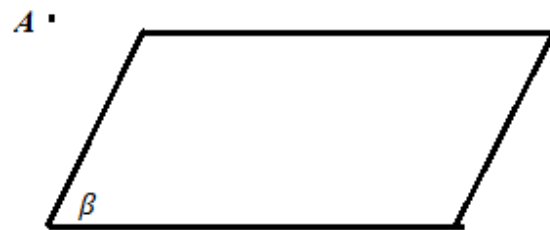
Vom scrie: $A \notin d$

II. Pozițiile relative ale unui punct față de un plan:

- a. Punctul aparține planului.
- b. Punctul nu aparține planului.
- a. Punctul aparține planului (este situat în plan) - $A \in \beta$.



Punctul nu aparține planului (este exterior planului) - $A \notin \beta$



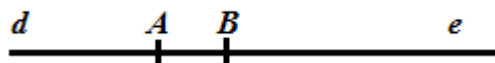
III. Pozițiile relative a două drepte în spațiu:

- a. Drepte identice
- b. Drepte concurente
- c. Drepte paralele
- d. Drepte necoplanare

a. Două drepte sunt identice (confundate sau coincid) dacă au două puncte comune.

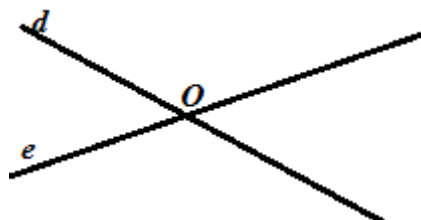
$$\left. \begin{array}{l} A, B \in d \\ A, B \in e \end{array} \right\} \Rightarrow d \text{ și } e - \text{dr. identice}$$

sau $d \subset e$ sau $e \subset d \Rightarrow d = e$



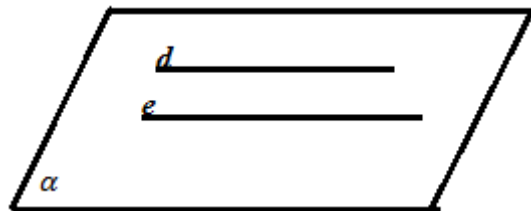
b. Două drepte sunt concurente dacă au un punct comun.

$$d \cap e = \{O\}$$



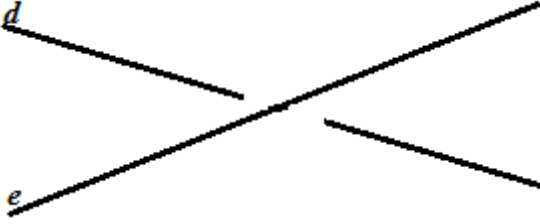
c. Două drepte sunt paralele dacă sunt coplanare și nu au puncte comune

$$\left. \begin{array}{l} d \subset \alpha \\ e \subset \alpha \\ e \cap d = \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow d \parallel e$$

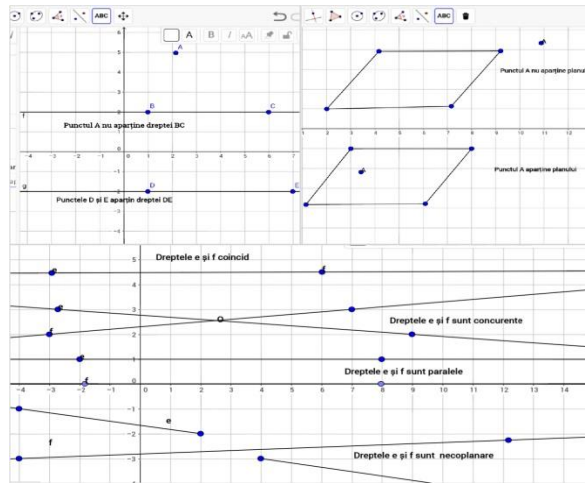


d. Două drepte sunt necoplanare dacă nu sunt paralele și nu sunt concurente.

$$\left. \begin{array}{l} d \cap e = \emptyset \\ d \not\parallel e \end{array} \right\} \Rightarrow d \text{ și } e \text{ necoplanare}$$

		 <p>Obs. 1. Se consideră dreptele a, b și c. Dacă $a \parallel b$ și $b \parallel c$, atunci $a = c$ sau $a \parallel c$ (prop. de tranzitivitate a relației de paralelism).</p> <p>Obs. 2. Două drepte sunt coplanare dacă și numai dacă sunt paralele sau concurente.</p>					
4. Asigurarea feedback-ului (28 min.)		<p>Această activitate se împarte în două etape:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Individual, pe tablete; - Exerciții din fișa de lucru, la tablă. 	<p>- Elevii sunt atenți la indicațiile profesorului.</p> <p>- Elevii vor avea ca sarcină de lucru să deschidă jocul GeoGebra Math Calculators și să se familiarizeze cu indicațiile date de profesor pentru a reuși să realizeze reprezentările plane ale figurilor geometrice cerute în enunțuri.</p> <p>- Elevii sunt anunțați cât timp vor lucra pe tabletă.</p>	<p>Exercițiul</p> <p>Conversația</p> <p>Observația</p> <p>Explicația</p> <p>Problematizarea</p> <p>Demonstrația</p>	<p>Instr. de scris și desenat</p> <p>Fișa de lucru</p> <p>Tabletele</p> <p>Flip-chart</p>	<p>Activitate frontală, individuală</p>	<p>Observare sistematică</p>
10 min.	C ₃	<p>I. Pentru a identifica și desena mai bine pozițiile relative a două drepte în spațiu deschideți tabletele cu aplicația GeoGebra Math Calculators, urmărind exercițiile propuse, stabilind timpul de lucru.</p>					
10 min.	C ₅	<p>Pas 1. Se deschide aplicația și se apasă pe pictograma punct A, de unde se alege pictograma dreapta prin două puncte.</p> <p>Pas 2. Pe ecran apăsați dreapta prin două puncte apoi selectați punctul de intersecție dintre două obiecte.</p> <p>Pas 3. Se selectează pictograma poligon, se selectează toate vârfurile apoi se dă <i>click</i> pe primul vârf.</p> <p>Ex. 1. Construiți în GeoGebra Math</p>					

Calculators pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă/plan și a două drepte în spațiu.



C₂

Ex. 2. Profesorul le prezintă elevilor pe flip-chart o piramidă hexagonală regulată VABCDEF.

- a). Reproduceți desenul în **GeoGebra**;
 b). Menționați în scris poziția relativă a:
 - două muchii laterale;
 - două muchii oarecare ale bazei;
 - dreptelor AB și DE;
 - punctului O față de dreapta AD.

- Elevii sunt atenți la imaginea de pe flip-chart și o reproduc în **GeoGebra**;

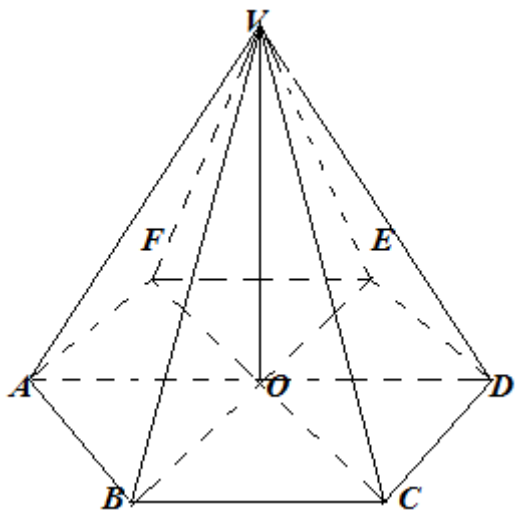
- Elevii rezolvă cu atenție și logică exercițiile propuse;

- În timp ce rezolvă individual, și întâmpină neclarități, elevii solicită profesorului informații.

- Elevii sunt atenți și implicați în lucrul cu tableta.

C₄

C₆



La final, profesorul verifică rezultatele frontal și conduce o conversație de fixare pe baza întrebărilor:

- Ce ați avut de construit? Ați știut?
- Ce informații v-au fost utile în construcții? Cei care nu ați știut să faceți, ce informații nu ați avut? Acum le aveți?
- Unde a fost mai greu? Ce a fost dificil?
- Ce ați învățat sau v-ați clarificat/fixat din această activitate?
- Cum vă ajută în viața reală aceste cunoștințe?

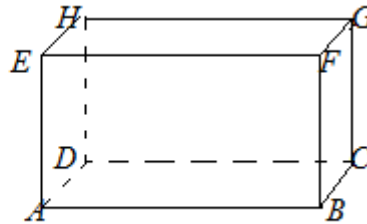
Obs. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **GeoGebra Math Calculators** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele.

II. Elevii vor primi o fișă de lucru ce se va rezolva la tablă, sub îndrumarea

		profesorului. Elevii sunt supravegheați și ajutați cu explicații suplimentare în soluționarea problemelor care apar pe parcursul orei.					
5. Precizarea și explicarea temei (2 min.)		Anunțarea temei pentru acasă, oferindu-le elevilor indicații în rezolvarea acesteia. Tema: Exercițiile rămase nerezolvate de pe fișa de lucru.	- Elevii sunt atenți și notează pe fișă.	Conversația			

Fișa de lucru

1. Desenați două paralelograme ABCD și ABMN în plane diferite. Precizați poziția:
- | | |
|--|---------------------------------------|
| a) ... punctului C față de dreapta AC; | g) ... dreptei AM și dreapta NB; |
| b) ... punctului D față de dreapta AB; | h) ... dreptei MN față de dreapta DB; |
| c) ... punctului B față de planul (ADC); | i) ... dreptei DB față de dreapta AM; |
| d) ... punctului D față de planul (AMN); | j) ... dreptei AB față de dreapta MC; |
| e) ... punctului A față de planul (MNC); | k) ... dreptei NM față de dreapta CD; |
| f) ... dreptei NM și dreapta AB; | l) ... dreptei NC față de dreapta MD. |



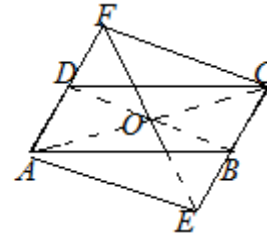
2. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic ABCDEFGH.

Precizați poziția relativă a următoarelor drepte:

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) AB și EF; | b) BC și DC; | c) AB și CG; |
| d) BD și CG; | e) DB și AC; | f) AC și EG; |
| g) AG și EC; | h) AB și HG; | i) BC și EG. |

3. În figura alăturată, ABCD este patrat cu centru O, iar punctele E și F sunt situate de o parte și de alta a planului (ABC) astfel încât punctul O este mijlocul segmentului [EF]. Arătați că:

- Punctele A, O și C sunt coliniare;
- Punctele A, E, C și F sunt coplanare;
- Punctele B, D, E și F sunt coplanare;
- $[DF] \equiv [BE]$.



4. Prin vârfurile paralelogramului ABCD trec dreptele a, b, c respectiv d paralele între ele și nesituate în planul (ADC). Punctele M, N, P și Q sunt situate pe dreptele a, b, c și respectiv d, de aceeași parte a planului (ADC). Fie O centrul paralelogramului ABCD, iar O' și O'' mijloacele segmentelor [MP] și [NQ]. Dacă AM= 2 cm, BN= 6 cm, CP= 12 cm și DQ= 8 cm, arătați că:

- | | | |
|--|--------------------------|---|
| a) $OO' \parallel AM$; | b) $OO'' \parallel BN$; | c) $[OO'] \equiv [OO'']$; |
| d) Dreptele OO' și OO'' coincid; | e) $O' = O''$; | g) Patrulaterul MNPQ este paralelogram. |
| f) Punctele M, N, P și Q sunt coplanare; | | |

5. Trapezul ABCD cu $AB \parallel CD$ are latura AD inclusă în planul α iar vârfurile B și C în afara planului α . Notăm cu M punctul de intersecție al dreptei BC cu planul α . Se dau: AD= 5 cm, AB= 12 cm și CD= 8 cm. Calculați AM.

