

PROIECT DIDACTIC

Clasa a VIII-a

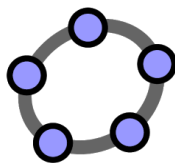
Matematică



Proiect didactic realizat în cadrul programului-pilot Digitaliada, revizuit de Simona Roșu, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

Înțelegerea matematicii utilizând aplicația *GeoGebra 3D Grapher*



Clasa a VIII-a - Unghiul a două drepte în spațiu. Aplicații

Tipul lecției - Consolidarea cunoștințelor

Introducere

În această lecție de consolidare, elevii de clasa a VIII-a vor folosi cunoștințele despre unghiuri în spațiu pentru a le aplica în rezolvarea de exerciții. Utilizând aplicația **GeoGebra 3D Grapher**, elevii vor construi pe tabletă diverse corpuri și vor aplica teoremele învățate pentru a calcula măsuri

de unghiuri. Elevii vor lucra individual și în echipe de câte doi. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **GeoGebra 3D Grapher** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele.

Întrebări esențiale:

- Cum determinăm unghiul dintre două drepte în spațiu?

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite;

CS 3. Recunoașterea și descrierea unor proprietăți ale unor figuri geometrice plane în configurații date în spațiu sau pe desfășurări ale acestora;

CG 2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice;

CS 3. Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea, prin desen, în plan, a corpurilor geometrice.

Competențe derivate:

- Reprezentarea prin desen/ cu ajutorul aplicației **GeoGebra 3D Grapher** a unei configurații geometrice spațiale descrise prin text;
- Determinarea unghiului a două drepte în spațiu;
- Calcularea măsurii unghiului dintre două drepte necoplanare.

Materiale necesare:

- Tabletele cu jocul **GeoGebra 3D Grapher**;
- Fișa de lucru pentru elevi.

Concepte abordate:

- Unghiuri cu laturi respectiv perpendiculare
- Unghiuri cu laturi respectiv paralele

Desfășurarea lecției

1. Captarea atenției și prezentarea titlului lecției

Scop: Creșterea motivației pentru studiul geometriei, prin realizarea de conexiuni între noțiunile studiate și lumea reală

Timp: 10 minute

Metoda: Jocul, observația, conversația

Concepte: Unghiuri

Profesorul va alege un exercițiu de imaginație pentru introducerea în lecția de zi: imaginați-vă că ați putea fi un cub. Pe cine ați introduce în cub cu voi, pentru a descoperi universul poliedrelor?

Se anunță titlul lecției: *Unghiul a două drepte în spațiu. Aplicații.*

2. Reactualizarea cunoștințelor învățate anterior

Scop: Elevii să-și reamintească noțiunile despre unghiuri

Timp: 40 minute

Materiale: Tableta, aplicația **GeoGebra 3D Grapher**, fișa de lucru

Metoda: Conversația, activitatea independentă, activitatea frontală

Concepte: Drepte perpendiculare, unghiuri cu laturi respectiv paralele, unghiul dintre 2 drepte în spațiu

Etapa 1

Reactualizarea orală a cunoștințelor anterioare

Profesorul conduce discuții preliminare pe baza întrebărilor:

- Ce noțiuni de geometrie ați învățat până acum?
- Care sunt pozițiile unei drepte față de un plan?
- Care sunt pozițiile relative a două plane?
- Cum stabilim unghiul a două drepte în spațiu?
- Dacă două drepte formează cu o secantă o pereche de unghiuri alterne interne congruente, atunci cum sunt dreptele? De ce?
- Dacă un unghi obtuz are laturile respectiv paralele cu ale unui unghi ascuțit, cum sunt cele două unghiuri? De ce?
- Cum sunt două unghiuri ascuțite cu laturile respective paralele?

După ce noțiunile legate de partea teoretică au fost reactualizate, se va trece la rezolvarea următoarei probleme:

Fie cubul ABC_1D . Să se determine a) $m(\sphericalangle BG, AD)$; b) $m(\sphericalangle BG, AE)$

Fie ABC_1DHEFG un cub. Să se determine măsurile unghiurilor:

a) $m(\sphericalangle BG, AD) = ?$

Pentru a determina măsura unghiului dintre dreptele BG, AD vom căuta o dreaptă paralelă cu una dintre cele două drepte. În cazul nostru $AD // BC_1$ atunci rezultă că $m(\sphericalangle BG, AD) = m(\sphericalangle BG, BC_1) = m(\sphericalangle C_1BG)$.

Pentru primul punct al problemei propuse spre rezolvare, profesorul oferă informații ajutătoare, imaginea problemei se află în partea de sus.

Fie ABC1DHEFG un cub. Să se determine măsurile unghiurilor:

a) $m(\angle BG, AD) = ?$
 Pentru a determina măsura unghiului dintre dreptele BG, AD vom căuta o dreaptă paralelă cu una dintre cele două drepte în cazul nostru AD // BC1 atunci rezultă că
 $m(BG, AD) = m(\angle BG, BC1) = m(\angle C1BG)$.

b) $m(\angle AH, GD) = ?$
 pentru a determina măsura unghiului dintre cele două drepte vom căuta o dreaptă paralelă cu una din cele două. În cazul nostru AH // BG și atunci $m(\angle AH, BG) = m(\angle BGD) = 60^\circ$.

Elevii sunt familiarizați cu pagina de lucru din aplicația **GeoGebra 3D Grapher**. Celălalt punct propus spre rezolvare îl vor realiza elevii pe tabletele lor. Profesorul va oferi indicații dacă este nevoie.

Etapa 2

Activitate de recapitulare cu ajutorul aplicației **GeoGebra 3D Grapher**

În această aplicație, elevii pot să construiască corpuri geometrice, să vizualizeze mai ușor poziția diferitelor drepte în spațiu și a unghiurilor formate la intersecția a două muchii. Elevii vor lucra în perechi pentru a reprezenta configurația problemelor din fișă, cu ajutorul **GeoGebra 3D Grapher**. Apoi, elevii vor rezolva problema propusă din fișa de lucru 2.

FIȘA DE LUCRU 2

1. Fie ABCDA'B'C'D' un paralelipiped dreptunghic în care $AD = 5\text{cm}$, $DD' = 8\sqrt{3}\text{cm}$ și S un punct pe muchia DD', astfel încât $DS = 3\sqrt{3}\text{cm}$. Aflați măsura unghiului determinat de dreptele A'S și CC'.
2. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D'. Notăm cu O și Q centrele fețelor ABCD, respectiv BCC'B'. Determinați măsura unghiului $m(\angle OQ, A'B')$.

Reflecție și fixarea cunoștințelor

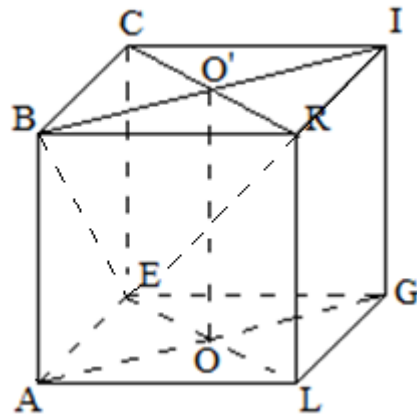
- Cum vi s-au părut sarcinile de lucru propuse?
- Cum v-a ajutat aplicația **GeoGebra 3D Grapher** în determinarea unghiului a două drepte în spațiu?

Bibliografie

- *Culegere de probleme propuse*, Petre Simion, Victor Nicolae, Editura Niculescu

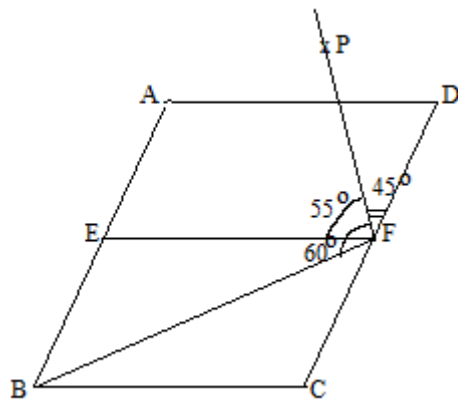
Tema pentru acasă
FIȘA DE LUCRU

1) Privind cubul ALGEBRIC de mai jos, determinați măsurile unghiurilor:



- $m(\angle(BE, EI)) =$
- $m(\angle(BE, IB)) =$
- $m(\angle(CR, EL)) =$
- $m(\angle(CR, AG)) =$
- $m(\angle(BI, LG)) =$
- $m(\angle(CR, AE)) =$

2) Privind figura de mai jos, determinați măsurile unghiurilor:



- $m(\angle(PF, BC)) =$
- $m(\angle(PF, AD)) =$
- $m(\angle(PF, AE)) =$
- $m(\angle(PF, BE)) =$
- $m(\angle(PF, AB)) =$
- $m(\angle(PF, DE)) =$