

PROIECT DIDACTIC

Clasa a VIII-a

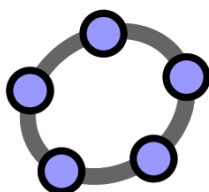
Matematică



Proiect didactic realizat în cadrul programului-pilot Digitaliada, revizuit de Simona Roșu, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

Înțelegerea matematicii utilizând aplicația *GeoGebra 3D Grapher*



Clasa a VIII-a - Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan

Tipul lecției - Dobândirea de cunoștințe

Introducere

În această lecție de consolidare, elevii de clasa a VIII-a vor învăța, folosind aplicația **GeoGebra 3D Grapher**, care sunt pozițiile relative ale unei drepte față de un plan. Utilizând aplicația **GeoGebra 3D Grapher**, elevii vor construi pe tabletă diverse corpuri și vor folosi proprietățile referitoare la drepte și unghiuri în spațiu pentru analizarea pozițiilor relative ale acestora. Elevii vor lucra individual și în echipe de câte doi. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **GeoGebra 3D Grapher** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele. Elevii vor fi așezați câte doi în bancă.

Întrebări esențiale:

- Care sunt pozițiile relative a unei drepte față de un plan?

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite;

CS 3. Recunoașterea și descrierea unor proprietăți ale unor figuri geometrice plane în configurații date în spațiu sau pe desfășurări ale acestora;

CG 3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete;

CS 3. Utilizarea proprietăților referitoare la drepte și unghiuri în spațiu pentru analizarea pozițiilor relative ale acestora.

Competențe derivate:

- Recunoașterea pozițiilor relative ale unei drepte față de un plan în diferite configurații;
- Reprezentarea diferitelor configurații geometrice descrise prin intermediul unui text;
- Explicarea poziției relative a unei drepte față de un plan, folosind terminologia specifică matematicii.

Materiale necesare:

- Tabletele cu jocul **GeoGebra 3D Grapher**;
- Fișa de lucru pentru elevi.

Concepte abordate:

- Dreapta care „înțeapă” planul
- Dreaptă inclusă în plan
- Dreaptă paralelă cu planul

Desfășurarea lecției

1. Captarea atenției și prezentarea titlului lecției

Scop: Creșterea motivației pentru studiul geometriei prin realizarea de conexiuni între noțiunile studiate și lumea reală

Timp: 10 minute

Metoda: Jocul, observația, conversația

Concepte: Puncte, drepte, plane

Profesorul va alege un exercițiu de introducere, un rebus, o poezie sau o problemă distractivă prin care va introduce elevii în tematica orei. Elevii vor lucra în perechi, pentru rezolvarea acestui exercițiu, iar profesorul va face verificarea frontală.

Se anunță titlul lecției: *Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.*

2. Dirijarea învățării

Scop: Elevii să recunoască pozițiile relative a unei drepte față de un plan

Timp: 20 minute

Metoda: Observația, exercițiul, munca independentă, prelegerea interactivă, simularea pe tabletă

Materiale: Tableta, aplicația

Concepte: Drepte paralele cu un plan, drepte care „înțepă” planul, drepte incluse în plan

Etapa 1

Vizualizare

Profesorul folosește aplicația **GeoGebra 3D Grapher** pentru a prezenta elevilor câteva configurații pe care le rotește și îi provoacă pe elevi să răspundă la următoarele întrebări:

1. Dacă dreapta are un singur punct în comun cu un plan, atunci ce putem spune despre poziția ei față de plan?

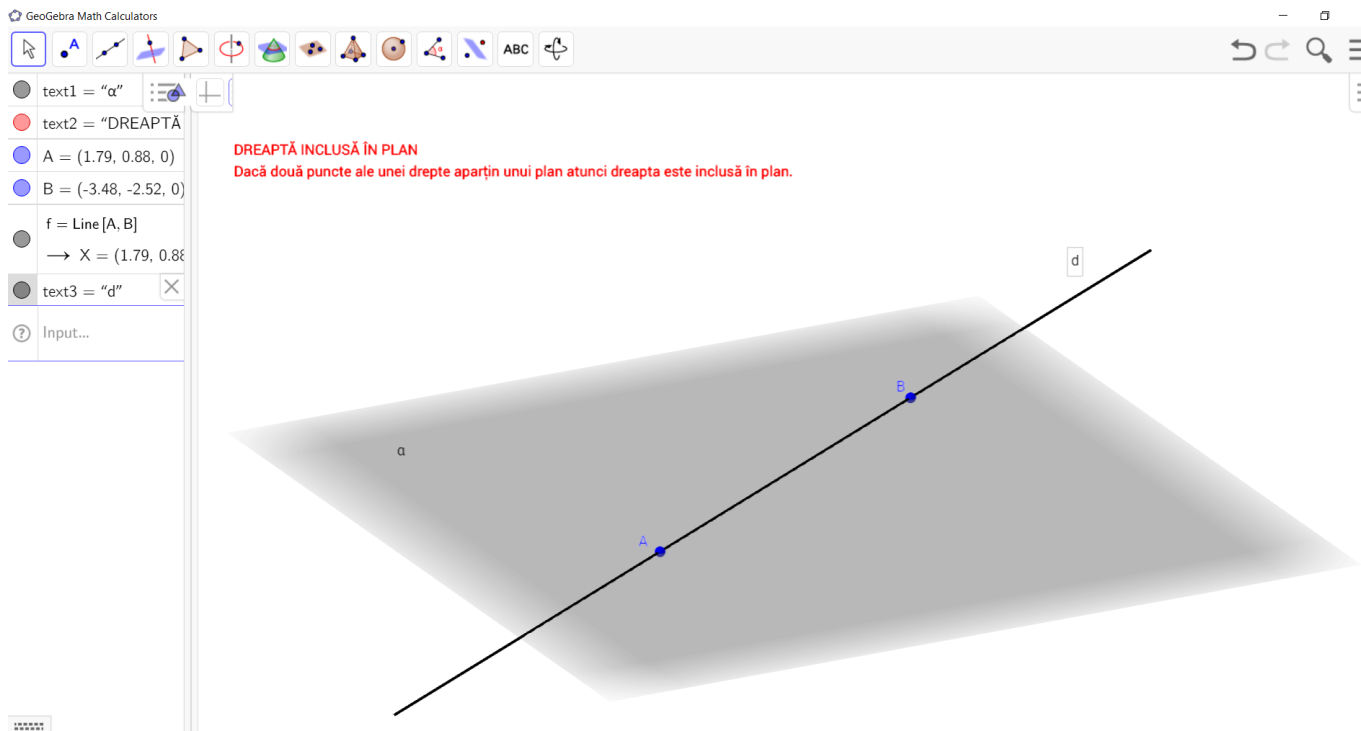
GeoGebra Math Calculators

text1 = "POZIȚIILE RELATIVE ALE U
text2 = "Considerăm o dreaptă d și un
A = Point [xAxis]
→ (-3, 0, 0)
B = Point [xAxis]
→ (2, 0, 0)
C = Point [yAxis]
→ (0, -2, 0)
a : Plane [A, B, C]
→ z = 0
D = PointIn [a]
→ (-0.15, -0.89, 0)
i = PerpendicularLine [D, a]
→ X = (-0.15, -0.89, 0) + λ (0, 0, -1)
text3 = "POZIȚIILE RELATIVE ALE U
text4 = "Cosiderăm o dreaptă d și un p
text5 = "d"
text6 = "α"
Input...

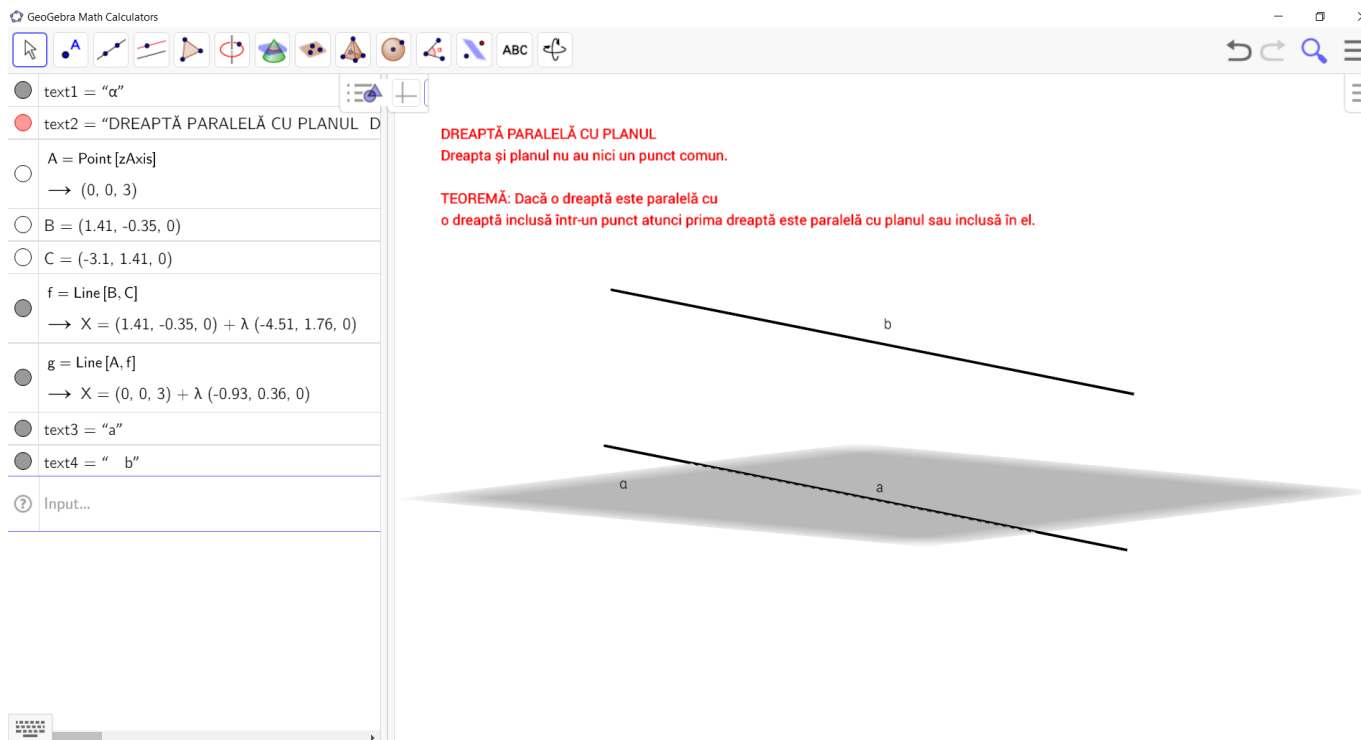
POZIȚIILE RELATIVE ALE UNEI DREPTĂ FAȚĂ DE UN PLAN

Considerăm o dreaptă d și un plan α sunt posibile următoarele situații:
a) dreapta d are un singur punct comun cu planul atunci dreapta intersectează planul într-un punct.

2. Dacă dreapta are două puncte în comun cu un plan, atunci ce putem spune despre poziția ei față de plan?



3. Dacă dreapta nu are nici un punct în comun cu un plan, atunci ce putem spune despre poziția ei față de plan?



Profesorul prezintă imaginile cu ajutorul videoproiectorului, pentru ca toată clasa să poată vedea și identifica ușor figurile. **GeoGebra 3D Grapher** permite vizualizarea în spațiu și

marcarea punctelor de intersecție (acolo unde se face intersecția) pentru a-i ajuta pe elevi să găsească răspunsurile la întrebări.

Etapa 2

Prezentarea

Profesorul va prezenta pe tablă teoremele privind pozițiile relative ale unei drepte față de un plan. Propune rezolvarea următoarei probleme din **fișa de lucru 1**.

The screenshot shows the GeoGebra Math Calculators interface. On the left, a list of objects is displayed:

- A = Point [xAxis] → (-5, 0, 0)
- B = Point [xAxis] → (5, 0, 0)
- C = Point [yAxis] → (0, -5, 0)
- A' = (-6.65, 7.07, 0)
- faceDEF = Polygon [A', B', C', a] → 25
- faceACEF = Polygon [C, A, A', C', a] → 27.07
- edgeEF = Segment [A', C', a] → 7.07
- faceBCED = Polygon [B, C, C', B', a] → 43.58
- edgeDE = Segment [C', B', a] → 7.07

The main workspace contains the following text:

PROBLEMĂ
Se consideră ABCA'B'C' prismă patrulateră regulată .
Stabiliți pozițiile următoarelor drepte față de planele.
a) AA' și (ABC), b) AC' și (B'BC).

REZOLVARE:
AA'∩(ABC)=A
Observăm că dreapta AA' și planul (ABC) au un punct comun deci dreapta AA' intersectează planul (ABC) în punctul A.
punctul b al problemei propuse îl va rezolva elevii în clasă.

On the right, a 3D diagram shows a regular quadrilateral prism ABCA'B'C'. The base is a square ABCD in the xy-plane. The top face is A'B'C'D'. The vertical edges are AA', BB', CC', DD'. The face ACEF is highlighted in red, and the face BCED is highlighted in brown. The intersection of the line AA' and the plane (ABC) is marked at point A.

3. Fixarea învățării

Scop: Elevii să aplice teoremele învățate în exerciții

Metoda: Simularea pe tabletă

Timp: 20 minute

Materiale: Tableta, aplicația **GeoGebra 3D Grapher**, fișa de lucru

Concepte: Drepte paralele cu un plan, drepte care „înțeapă” planul, drepte incluse în plan

Pentru a putea observa și analiza mai bine pozițiile relative a unei drepte în spațiu, și pentru a exersa aplicarea teoremelor în rezolvarea de probleme, profesorul îi invită pe elevi să folosească și ei aplicația **GeoGebra**, care le permite elevilor să construiască diverse corpuri geometrice.

Pasul 1: Se deschide **GeoGebra 3D Grapher**;

Pasul 2: Se apasă iconița creion din stânga sus;

Pasul 3: Se selectează opțiunea pentru a desena un plan;

Pasul 4: Se apasă pictograma din dreapta sus și se selectează prima căsuță;

Pasul 5: Se selectează două puncte prin care va trece dreapta.

Punctele se aleg în funcție de cum doriți să fie poziția dreptei față de plan. Profesorul le dă elevilor fișa de lucru 1, le cere să deseneze configurațiile date și să răspundă la întrebarea b. Elevii lucrează individual, dar se pot consulta cu colegul/colega de bancă.

Reflecție și fixarea cunoștințelor

- Cum vi s-au părut sarcinile?
- Cum v-a ajutat aplicația **GeoGebra 3D Grapher** la vizualizarea poziției unei drepte față de un plan?
- La ce vă poate ajuta recunoașterea pozițiilor dreptelor față de un plan?

Bibliografie

Matematica pentru clasa a VIII-a, Ioan Balica, Marius Perianu, Ed. Clubul matematicienilor
Matematică, algebră, geometrie, partea I, semestrul I, Anton Negrilă, Maria Negrilă, Ed. Paralela 45

Temă
ANEXA 1

1. Baza BC a triunghiului ABC este inclusă în planul α , vârful A este exterior lui α , $M \in (AB)$; $N \in (AC)$. Stabiliți poziția dreptei MN față de planul α , dacă :
- i) M și N sunt mijloacele segmentelor (AB) ; (AC)
 - ii) $MA = 4$ cm; $MB = 10$ cm; $NA = 6$ cm; $NC = 9$ cm
 - iii) $MA = 4$ cm; $AB = 10$ cm; $NC = 10$ cm; $AC = 15$ cm

Fișa de lucru

1. Desenați un triunghi și notați vârfurile lui cu literele A, B și C. Considerați că punctul A este inclus în planul α . Determinați intersecția planelor (ABC) și α .

2. Desenați un trapez și notați unghiurile cu literele A, B, C, D ($AB \parallel CD$), în care baza AB este situată în planul α . Determinați poziția liniei mijlocii MN a trapezului față de α .

3. Desenați două paralelograme: ABCD și ABMN, situate în plane diferite. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor enunțuri:

- a) $CD \parallel (AMN)$;
- b) $CD \parallel (ABM)$;
- c) $MN \cap (ABC) \neq \emptyset$;
- d) $MN \cap (ADN) \neq \emptyset$.

Explicați.