

PROIECT DIDACTIC

Clasa a VII-a

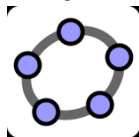
Matematică



Proiect didactic realizat de Simona Roșu, profesor Digitaliada, revizuit de Ioan Popa, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

Înțelegerea matematicii utilizând aplicația *GeoGebra Math Calculators*



Clasa a VII-a - Teorema fundamentală a asemănării. Aplicații

Tipul lecției - Fixarea și consolidarea cunoștințelor

Introducere

În această lecție, elevii de clasa a VII-a vor învăța cum să aplice teorema fundamentală a asemănării, folosind aplicația **GeoGebra Math Calculators**. La începutul orei de matematică, profesorul va distribui elevilor săi o fișă de lucru în care sunt puse în evidență noțiuni legate de triunghiuri asemenea. După verificarea cunoștințelor, profesorul trece la partea a doua a lecției, le vorbește elevilor săi despre teorema fundamentală a asemănării. Atât profesorul cât și elevii săi trebuie să fie familiarizați cu aplicația **GeoGebra Math Calculators**.

Întrebări esențiale:

- Cum enunțăm teorema fundamentală a asemănării?
- Cum aplicăm teorema fundamentală a asemănării în context variat de probleme?
- Cum vom argumenta alegerea aplicării teoremei fundamentale a asemănării în problemele date?

Competențe specifice:

C.G.1-6. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configurații geometrice date;

C.G. 2-6. Stabilirea relației de asemănare între două triunghiuri prin metode diferite;

C.G. 6-6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor.

Competențe derivate:

- Identificarea în cotidian a situațiilor în care este utilă aplicarea teoremei fundamentale a asemănării;
- Aplicarea teoremei fundamentale a asemănării, în triunghiuri oarecare, pentru a calcula lungimi de laturi;
- Utilizarea instrumentelor de geometrie pentru reprezentarea configurațiilor geometrice date.

Materiale necesare:

- Tabletele cu jocul *Math Calculators*
- Fișe de lucru pentru elevi (1, 2)

Concepte abordate:

- Triunghiuri asemenea
- Lungimi de laturi
- Teorema fundamentală a asemănării
- Determinarea de măsuri de unghiuri

Desfășurarea lecției

1. Captarea atenției

Scop: Elevii să-și reamintească noțiunile studiate anterior

Metoda: Conversația, explicația, exercițiul, demonstrația

Timp: 10 min

Materiale: Fișa de lucru 1

Concepte: Triunghiuri asemenea, teorema fundamentală a asemănării

Profesorul le propune elevilor săi o fișă de lucru în care vor avea de rezolvat câteva sarcini care vor pune în evidență verificarea cunoștințelor dobândite anterior, legate de capitolul „Triunghiuri asemenea”. Elevii trebuie să realizeze prin intermediul fișei de lucru legătura cu lecția nouă ce va fi predată.

2. Reactualizarea cunoștințelor învățate anterior

Scop: Elevii să-și reamintească noțiunile despre teorema catetei și teorema înălțimii, însușite anterior

Metoda: Conversația, activitatea independentă

Timp: 10 minute

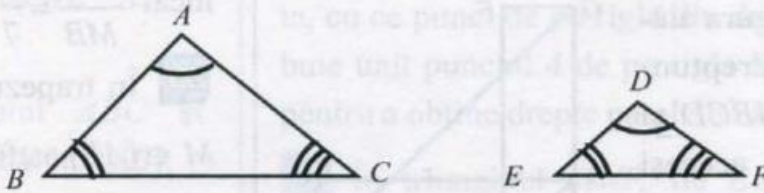
Materiale: Tabla, cretă, rigle

Concepte: Triunghiuri asemenea, determinarea raportului, măsuri de unghiuri

Reactualizarea cunoștințelor legate de noțiunea de asemănare a triunghiurilor:

Definim în continuare noțiunea de asemănare pentru triunghiuri.

Definiție Fie triunghiurile ABC și DEF .



Între triunghiurile ABC și DEF există o asemănare dacă

$$\hat{A} \equiv \hat{D}, \hat{B} \equiv \hat{E}, \hat{C} \equiv \hat{F} \quad (1) \text{ și } \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} \quad (2).$$

FISĂ DE LUCRU 1

1. Dacă $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ atunci $\frac{AB}{DE} = \dots = \dots$; și $m(\sphericalangle A) = \dots, m(\sphericalangle B) = \dots, m(\sphericalangle C) = \dots$.

2. Completați tabelul următor, știind că: $\Delta ABC \sim \Delta MNP$.

	AB	BC	AC	MN	NP	MP
a		4	5	4,5	6	
b	8	10			3	4,2

3. Dirijarea învățării și fixarea cunoștințelor

Scop: Elevii să creeze, cu ajutorul aplicației **GeoGebra Math Calculators** situații de probleme în care se regăsește teorema fundamentală a asemănării

Timp: 30 minute

Materiale: Tablete pe care avem aplicația **GeoGebra Math Calculators**, caietele, fișa de lucru 2

Concepte: Teorema fundamentală a asemănării

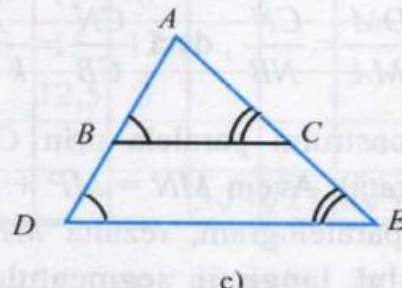
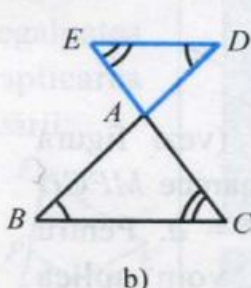
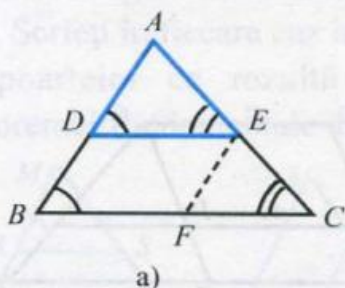
Metoda: Conversația, explicația

TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ASEMĂNĂRII

O paralelă la una dintre laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi (sau cu prelungirile lor) un triunghi asemenea cu cel dat.

Demonstrație

Considerăm triunghiul ABC și $DE \parallel BC$ ($D \in AB$, $D \neq A$, $E \in AC$).



Trebuie să demonstrăm că $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

Analizăm trei situații: a) $D \in (AB)$, b) $A \in (DB)$, c) $B \in (AD)$ (vezi figurile de mai sus).
Prezentăm demonstrația pentru cazul a) – celelalte cazuri tratându-se analog.

Deoarece $DE \parallel BC$, rezultă: $\sphericalangle ADE \equiv \sphericalangle ABC$, $\sphericalangle AED \equiv \sphericalangle ACB$ (unghiuri corespondente) și $\sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle BAC$.

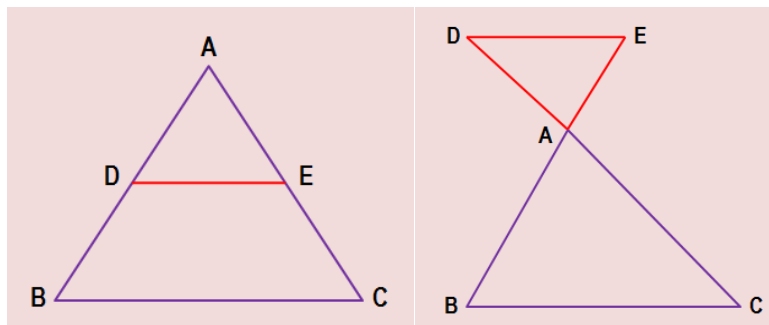
Aplicând teorema lui Thales ($DE \parallel AB$), rezultă $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

Rămâne de arătat că $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. Pentru aceasta, construim paralela EF la AB ($F \in BC$).

Aplicând din nou teorema lui Thales ($EF \parallel AB$), obținem $\frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}$.

Deoarece patrulaterul $BDEF$ este paralelogram, avem că $[BF] \equiv [DE]$ și de aici $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

Altă situație în care se pune în evidență teorema fundamentală a asemănării:



Deci,

DE \parallel BC și $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

Rapoarte de asemănare pentru prima figură:

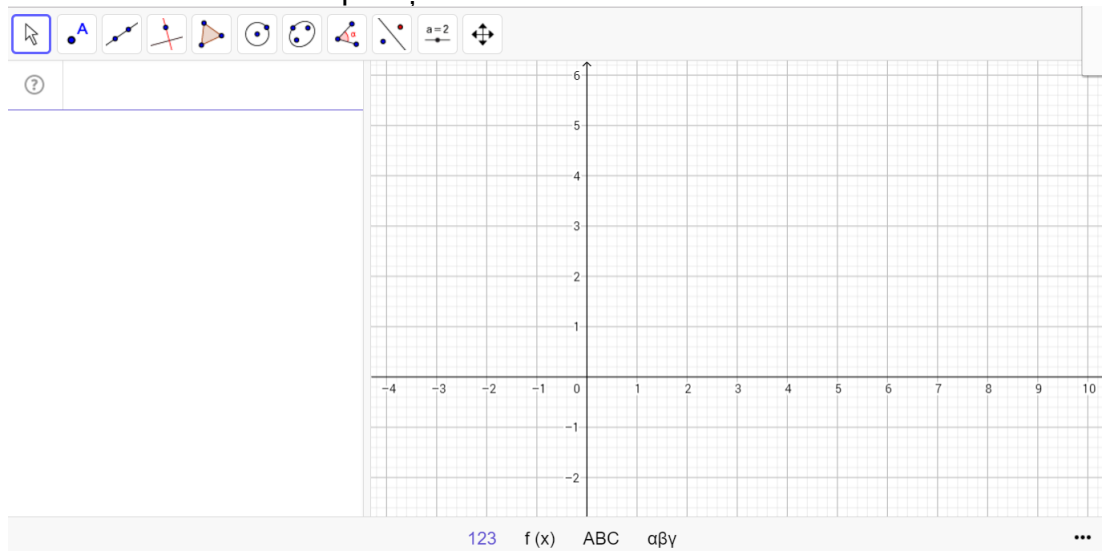
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

Rapoartele de asemănare pentru figura 2:

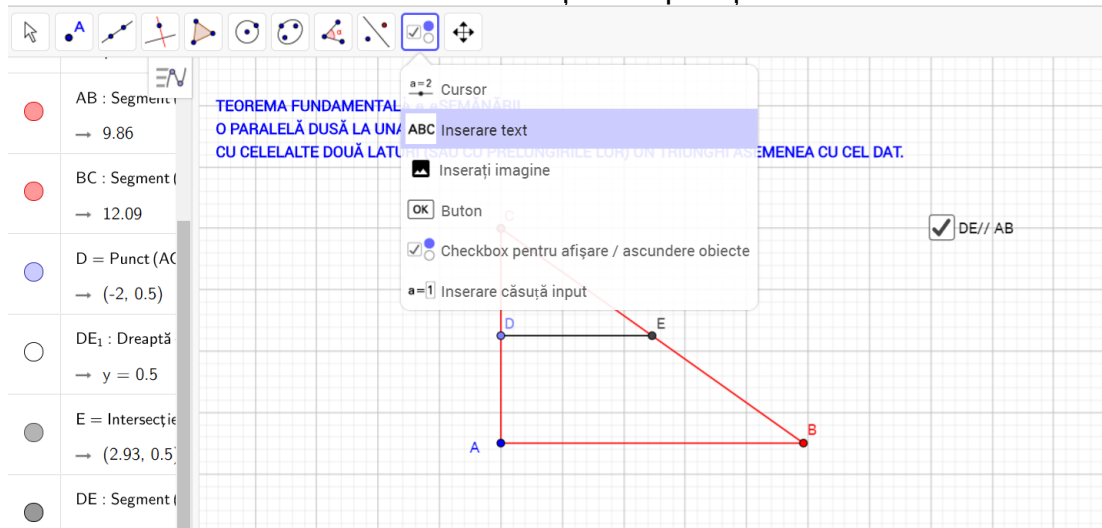
$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

Acum vom prezenta teorema fundamentală a asemănării pentru situația în care se aplică aplicația **GeoGebra Math Calculators**.

Pasul 1: Se deschide aplicația **GeoGebra Math Calculators**.



Pasul 2: Vom scrie textul folosind iconița din aplicație.



Pasul 3: Vom desena triunghiul ABC, se construiește paralela $DE \parallel AB$, introducem și un buton de **Checkbox** care poate ascunde o relație scrisă în opțiunea text introdusă de noi în prealabil.

TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ASEMĂNĂRII
O PARALELĂ DUSĂ LA UNA DINTRE LATURILE UNUI TRIUNGHI FORMEAZĂ
CU CELELATE DOUĂ Laturi (SAU CU PRELUNGIRILE LOR) UN TRIUNGHI ASEMENEA CU CEL DAT.

DE // AB

Pentru transferul de cunoștințe profesorul le propune elevilor săi spre rezolvare fișa numărul 2.

FIȘA DE LUCRUL 2

- O paralelă la una din laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi un triunghi
- Fie triunghiul ABC, $D \in AB$, $E \in AC$ și $DE \parallel BC$.

	AB	AC	BC	AD	AE	DE
a	10	12	14	4		
b		4,5		1	2	2

3. Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm, $CA = 12$ cm.

Fie $D \in (AB)$ astfel încât $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ și $DE \parallel BC$ ($E \in AC$). Aflați lungimile laturilor triunghiului ADE.

Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm, $CA = 12$ cm.

Fie punctul $D \in (AB)$ astfel încât $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ și $DE \parallel BC$ ($E \in AC$). Aflați lungimile laturilor triunghiului ADE.

REZOLVARE:
 deoarece $DE \parallel BC$, rezultă, conform teoremei fundamentale a asemănării, că $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

adică avem raportul $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$ (1)

din ipoteza problemei avem $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$

putem deduce că $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$

revenim în relația (1): $\frac{1}{3} = \frac{DE}{9} = \frac{AE}{12}$

$\frac{1}{3} = \frac{DE}{9}$

$DE = 3$ cm iar $AE = 4$ cm

latura $AD = AB : 3 = 2$ cm.

4. Triunghiul ABC are $AB = 12$ cm, $AC = 15$ cm și $BC = 18$. Prin punctul $D \in (AB)$ cu $AD = 8$ cm se duce paralela DE la BC ($E \in AC$). Aflați perimetrul triunghiului ADE.

5. Trapezul isoscel ABCD, $AB \parallel CD$, are $[AD] \equiv [DC] \equiv [BC]$ și $m(\widehat{B}) = 60^\circ$. Dacă lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu 21 cm, atunci calculați perimetrul trapezului ABCD.

6. În triunghiul ABC se iau laturile $AB = 16$ cm, $BC = 18$ cm și $AC = 20$ cm. Se duce dreapta DE paralelă cu BC astfel încât triunghiul ADE și trapezul BDEC să aibă același perimetru. Aflați lungimea segmentului DE.

Întrebări de reflexie asupra lecției

- Vă este utilă aplicația **GeoGebra Math Calculators** în desenarea triunghiurilor?
- Cum vi s-au părut sarcinile de lucru în lecția de astăzi?
- V-a captat suficient de mult atenția profesorul pe parcursul orei de matematică?

Tema pentru acasă: probleme din fișă care au rămas nerezolvate în clasă.

Bibliografie

D. Brânzei, A. Negrilă, M. Negrilă, *Algebră. Geometrie. Clasa a VII-a. Partea I*, Editura Paralela 45, ISBN 973-593-581-3

D. Radu, E. Radu, *Matematică - Manual pentru clasa a VII-a*, Editura Teora, ISBN 973-20-0046-5