PROIECT DIDACTIC

Clasa a VII-a

Matematică

Proiect didactic realizat de Monica Popovici, profesor Digitaliada, revizuit de Ioan Popa, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>.

**Înțelegerea matematicii utilizând aplicația GeoGebra Maths**

****

**Cerc. Unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc**

**Tipul lecției – Lecție mixtă**

În această lecție introductivă, elevii de clasa a VII-a vor învăța să descrie, să construiască și să calculeze: lungimi de laturi, măsuri de unghiuri și măsuri de arce în problemele propuse. Utilizând aplicația **GeoGebra Maths**, elevii vor reuşi să realizeze reprezentările plane ale unghiurilor, triunghiurilor și ale patrulaterelor înscrise în cerc predate anterior. Elevii vor lucra individual. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **GeoGebra Maths** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele. Elevii vor fi așezați câte doi în bancă.

**Competențe generale și specifice:**

**CG 1**. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.

**CS 1**. Recunoaşterea şi descrierea elementelor unui cerc, într-o configuraţie geometrică dată.

**CG 2**. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.

**CS 1**. Utilizarea informaţiilor oferite de o configuraţie geometrică pentru deducerea unor proprietăţi ale cercului.

**CG 3**. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

**CS 1**. Exprimarea proprietăţilor elementelor unui cerc în limbaj matematic.

**CS 2**. Calcularea unor lungimi de segmente şi măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate în configuraţii geometrice care conţin un cerc.

**Strategii didactice învațate:**

1. **Metode și procedee:**

Conversația, observația, expunerea, analiza, exercițiul, dialogul, problematizarea, demonstrația.

1. **Materiale suport:**

Manual, culegeri, fișe de lucru, tablă, cretă albă, portofoliul profesorului, laptop, videoproiector, tablete cu aplicația: **GeoGebra Maths**.

1. **Forme de organizare a activității:**

 Activitate frontală, activitate individuală.

1. **Forme de evaluare:**

 Observarea sistematică va fi realizată pe parcursul lecției, răspunsurile elevilor la întrebările și problemele propuse vor indica:

* Volumul și calitatea cunoștințelor însușite
* Gândirea logică și creativă a elevilor
* Modul de participare la lecție
1. **Bibliografia:**

1.Ștefan Smarandache, Culegere, Editura Universal Plan

 2. R. A. Mariana Mitea, Manual, Editura Didactică și Pedagogică

 3. Culegere Clubul Matematicienilor, Editura Art.

 4. Manual, Editura Sigma

***Desfășurarea lecției***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Secvențele lecției | Activități ale lecției | Strategii didactice | Forme  |
| Activitatea profesorului | Activitatea elevului | Metode | Mijloace  | De org. a activitatii | De evaluare |
|  **1. Momentul organizatoric****(2 min.)** | - Verificarea prezenței elevilor și notarea absențelor în catalog- Verificarea ținutei elevilor și a celor necesare desfășurării orei- Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei | - Elevii se asigură că au toate cele necesare- Respectă condițiile de disciplină  | Dialogul |  |  |  |
| **2. Verificarea temei pentru acasa****(6 min.)** | Tema de acasă va fi verificată prin sondaj, în cazul în care au fost probleme nerezolvate sau au apărut erori, acestea se va rezolva la tablă sau vor fi explicate oral. | - Sunt atenți la întrebările adresate- Răspund la întrebări  | Conversația |  | Activitate individuală | Chestionare orală |
| **4. Anunțarea temei și a obiectivelor fundamentale ale lecției** **(2 min.)** | Astăzi ne propunem să descriem, să construim și să calculăm: lungimi de laturi, măsuri de unghiuri și măsuri de arce în problemele propuse.  | - Sunt atenți | ExpunereaConversa-ția |  |  | Observarea sistematică |
| **5. Dirijarea învățării****(24 min.)** | Se scrie titlul lecției pe tablă: **Unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc**.Predarea lecției se va face cu ajutorul elevilor și a tabletelor enunțând, definind unele proprietăți și construcția desenelor în aplicația **GeoGebra**.**Def.1.** *Un unghi cu vârful pe cerc și ale cărui laturi includ două coarde ale cercului se numește unghi înscris în cerc.***Lema 1.** *Măsura unui unghi înscris în cerc este jumătate din măsura arcului cuprins între laturile sale.***Ex. 1.** Construiți în **GeoGebra Maths** un unghi înscris îcerc cu măsura de $45^{°}.$ $$m\left(\hat{A^{'}BA}\right)=\frac{m(\hat{AA^{'}})}{2}$$**Lema 2.** *Măsura unui unghi cu vârful în exteriorul unui cerc este egală cu jumătate din valoarea absolută a diferenței măsurilor arcelor cuprinse între laturile lui.***Ex. 2.** Construiți în **GeoGebra Maths** un unghi exterior unui cerc cu măsura de $60^{°}.$ $m(\hat{B^{'}DB}=\frac{1}{2}∙[m\left(\hat{B^{'}B}\right)-m\left(\hat{AE}\right)]$**Lema 3.** *Măsura unui unghi cu vârful în interiorul unui cerc este semisuma arcelor cuprinse între laturile unghiului și prelungirile laturilor lui.***Ex. 3.** Construiți în **GeoGebra Maths** un unghi exterior unui cerc cu măsura de $20^{°}.$ $$m\left(\hat{DBC}\right)=\frac{1}{2}∙[m\left(\hat{CD}\right)+m\left(\hat{EH}\right)]$$**Obs. 1.** *Orice unghi înscris într-un semicerc este un unghi drept.* **2***. Două unghiuri înscrise în cerc care subîntind același arc sunt congruente.***Def. 2.** *Spunem că un triunghi este înscris în cerc dacă vârfurile sale aparțin cercului. În acest caz, spunem că cercul este circumscris triunghiului.*$$B,C,D\in C\left(O;R\right)=>∆BCD este înscris$$$$ în cerc$$$A\_{ΔBDC}=\frac{BD⋅DC⋅BC}{4R}$ aria triunghiului înscris în cerc.Centrul cercului circumscris unui triunghi se află la intersectia mediatoarelor laturilor triunghiului.CERC.wmf**Aplicație**:Să se afle raza cercului circumscris triunghiului cu laturile egale cu 13cm; 14cm și 15cm. Generalizați!- Elevii identifică ipoteza și concluzia problemei. - Construiesc şi noteazǎ figura- Rezolvă:a) - verifică dacă triunghiul este dreptunghic cu ajutorul reciprocei teoremei lui Pitagora b) - calculează aria folosind formula lui Heron:  și apoi înălțimea AD=12cmc) - identifică diametrul AP și triunghiul dreptunghic ABPd) - recunosc unghiurile înscrise în cerc congruente: e) - aplică funcții trigonometrice: sinP în triunghiul ABP și sinC în triunghiul ADC și obțin proporția  din care - generalizează: pe parcursul rezolvării problemei se generalizează:; proporția  de unde rezultă formula: **Def. 3.** *Un patrulater cu vârfurile pe un cerc se numește patrulater înscris în cerc, iar despre cerc vom spune că este circumscris patrulaterului. Orice patrulater înscris într-un cerc este patrulater convex.***Def. 4.** *Patru puncte se numesc conciclice dacă se află pe același cerc.***Def. 5.** *Un patrulater se numește inscriptibil dacă vârfurile sale sunt conciclice. Astfel spus, un patrulater este inscriptibil dacă poate fi înscris într-un cerc.*$A,B,C,D\in C\left(O;R\right)=>ABCD$ este un patrulater înscris în cerc.**Teorema 1** (referitoare la unghiurile opuse ale unui patrulater înscris):*Unghiurile opuse ale unui patrulater înscris într-un cerc sunt suplementare.*$$m\left(\hat{A}\right)+m\left(\hat{C}\right)=180^{∘}$$**Teorema 2** (referitoare la unghiurile formate de diagonale cu laturile opuse):*Într-un patrulater înscris în cerc, unghiurile formate de diagonale cu laturile opuse sunt congruente.**Într-un patrulater înscris în cerc, diagonalele formează cu laturile opuse perechi de unghiuri congruente.***Ex:** Dacă patrulaterul ABCD este înscris în cerc, atunci:∢BAC ≡ ∢ CDB; ∢ ABD ≡ ∢ DCA;∢ DAC ≡ ∢ CBD; ∢ ADB ≡∢ BCA;Profesorul propune elevilor rezolvarea următoarelor probleme aplicative:**Problemă**: Patrulaterul convex ABCD este înscris într-un cerc. Calculează măsurile unghiurilor B şi C ştiind că: a) m(∢A) = 85º; m(∢D) = 86º;b) m( ∢ A) = 100º; m( ∢ D) = 77º;Un elev va rezolva problema la tablă.E: Va rezolva această problemă ţinând cont de teoremă, de unde vor afla: 1. măsura unghiului B ca fiind egală cu 94º, respectiv măsura unghiului C egală cu 95º;
2. măsura unghiului B ca fiind egală cu 103º, respectiv măsura unghiului C egală cu 80º.

La final, profesorul verifică rezultatele frontal și conduce o conversație de fixare pe baza întrebărilor: * *Ce ați avut de construit? Ați ştiut?*
* *Ce informații v-au fost utile în construcții? Cei care nu ați ştiut să faceti, ce informații nu ați avut? Acum le aveți?*
* *Unde a fost mai greu? Ce a fost dificil?*
* *Ce ați învățat sau v-ați clarificat/fixat din această activitate?*
* *Cum vă ajută în viața reală aceste cunoștințe?*
 | - Își notează în caiete informațiile primite- Răspund la întrebările adresate- Fac completări unde este cazul- Pun întrebări dacă nu înțeleg anumite noțiuni- Elevii sunt atenți la indicațiile profesorului- Elevii vor avea ca sarcină de lucru să deschidă jocul *GeoGebra* și să se familiarizeze cu indicaţiile date de profesor pentru a reuşi să realizeze reprezentările plane ale figurilor geometrice cerute în enunțuri.**Pasul 1:** Se deschide aplicația **GeoGebra.****Pas 2:** Din bara de meniuri se selecteaza iconița cerc apoi selectăm cerc cu centru prin punct sau cerc prin trei puncte**Pas 3:** Selectăm iconița unghi apoi selectăm unghi de mărime dată și introducem măsura unghiului. | Conversa-țiaExplicațiaProblema-tizarea | CaieteleTablaTableteVideo-proiectorLaptop | Activitate individuală | Observarea sistematică Chestionare orală |
| **4. Asigurarea feedback-ului****(14 min.)** | Elevii vor primi o fișă de lucru ce se va rezolva la tablă sub îndrumarea profesorului.Elevii sunt supravegheați și ajutați cu explicații suplimentare în soluționarea problemelor care apar pe parcursul orei. | - Rezolva cu atenție și logică exercițiile propuse- În timp ce rezolvă individual cerințele profesoului și întâmpină neclarități, elevii solicită profesorului ajutor, dacă este necesar.  | ExercițiulConversa-țiaObservațiaExplicațiaProblema-tizareaDemon-strația | Instr. de scris și desenatFișa de lucru | Activitate frontală, individu-ală | Observarea sistematică |
| **5. Precizarea și explicarea temei****(2 min.)** | Profesorul anunță tema pentru acasă, oferindu-le elevilor indicații în rezolvarea ei.Tema: exercițiile rămase nerezolvate de pe fișa de lucru. Totodată, elevii vor trebui să refacă și pe caiete desenele pe care le-au făcut pe tabletă. | - Sunt atenți și notează pe fișă.  | Conversa-ția |  |  |  |

**Fișa de lucru**

**1.** Punctele A, B, C aparțin aceluiași cerc astfel încat $m\left(\hat{ABC}\right)=45^{°}.$

 **a)** Determinați $m\left(\hat{CA}\right)$;

 **b)** Dacă P și Q sunt puncte ale arcului mare $\left(\hat{AC}\right)$, respectiv arcului mic $\left(\hat{AC}\right)$, determinați $m\left(\hat{APC}\right), m\left(\hat{AQC}\right)$.

**2.** Pe un cerc se iau punctele A,B,C,D în sensul mișcării acelor de ceasornic, astfel încât $m\left(\hat{AB}\right)=140^{°}$, $m\left(\hat{BC}\right)=60^{°}$ și $m\left(\hat{CD}\right)=120^{°}$. Calculați:

 a) măsurile arcelor $\hat{AD}, \hat{BCD}, \hat{ADC}, \hat{DAB}, \hat{ABC};$

 b) măsurile unghiurilor patrulaterului ABCD;

 c) măsurile unghiurilor formate de diagonale cu laturile patrulaterului.

**3.** Într-un cerc de centru O, unghiurile la centru AOB și BOC au măsurile de $140^{°}$ si $160^{°}$. Calculați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

**4.** Punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, în care $m\left(\hat{A}\right)=40^{°}$și $m\left(\hat{B}\right)=60^{°}$. Determinați măsurile unghiurilor $\hat{AOB}, \hat{BOC}, \hat{COA}.$

**5.** Dimensiunile unui dreptunghi sunt invers proporționale cu numerele 0,(3) respectiv 0,25. Știind că aria acestuia este 108cm2, determinați raza cercului circumscris dreptunghiului.

1. Trapezul ABCD este înscris într-un cerc de raza 17cm. Știind că [AB] este diametru și că înălțimea trapezului este de 15 cm, aflați perimetrul și aria trapezului.
2. Triunghiul ABC este înscris în cercul C(O;r). Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, știind că $3m\left(\hat{AB}\right)=2m\left(\hat{BC}\right) și m\left(\hat{BC}\right)=3m(\hat{AC)}.$
3. În triunghiul ABC, înălțimile duse din vârfurile A, B și C intersectează cercul circumscris triunghiului în punctele D, E, respectiv F. Știind că $m\left(\hat{B}\right)=50^{°}$ și $m\left(\hat{C}\right)=70^{°}$, determinați măsurile arcelor mici $\hat{AE}, \hat{AF}, \hat{BD}, \hat{BE}, \hat{CE}, \hat{CF}.$