

PROIECT DIDACTIC

Clasa a VII-a

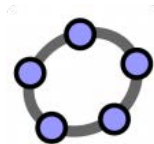
Matematică



Proiect didactic realizat de Monica Popovici, profesor Digitaliada, revizuit de Ioan Popa, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

Înțelegerea matematicii utilizând aplicația GeoGebra Maths



Cerc. Unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc Tipul lecției – Lecție mixtă

În această lecție introductivă, elevii de clasa a VII-a vor învăța să descrie, să construiască și să calculeze: lungimi de laturi, măsuri de unghiuri și măsuri de arce în problemele propuse. Utilizând aplicația **GeoGebra Maths**, elevii vor reuși să realizeze reprezentările plane ale unghiurilor, triunghiurilor și ale patrulaterelor înscrise în cerc predate anterior. Elevii vor lucra individual. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **GeoGebra Maths** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele. Elevii vor fi așezați câte doi în bancă.

Competențe generale și specifice:

CG 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.

CS 1. Recunoașterea și descrierea elementelor unui cerc, într-o configurație geometrică dată.

CG 2. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.

CS 1. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale cercului.

CG 3. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

CS 1. Exprimarea proprietăților elementelor unui cerc în limbaj matematic.

CS 2. Calcularea unor lungimi de segmente și măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate în configurații geometrice care conțin un cerc.

Strategii didactice învățate:

1. Metode și procedee:

Conversația, observația, expunerea, analiza, exercițiul, dialogul, problematizarea, demonstrația.

2. Materiale suport:

Manual, culegeri, fișe de lucru, tablă, cretă albă, portofoliul profesorului, laptop, videoproiector, tablete cu aplicația: **GeoGebra Maths**.

3. Forme de organizare a activității:

Activitate frontală, activitate individuală.

4. Forme de evaluare:

Observarea sistematică va fi realizată pe parcursul lecției, răspunsurile elevilor la întrebările și problemele propuse vor indica:

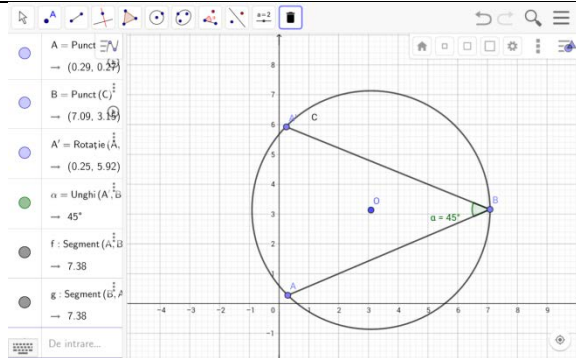
- Volumul și calitatea cunoștințelor însușite
- Gândirea logică și creativă a elevilor
- Modul de participare la lecție

5. Bibliografia:

1. Ștefan Smarandache, Culegere, Editura Universal Plan
2. R. A. Mariana Mitea, Manual, Editura Didactică și Pedagogică
3. Culegere Clubul Matematicienilor, Editura Art.
4. Manual, Editura Sigma

Desfășurarea lecției

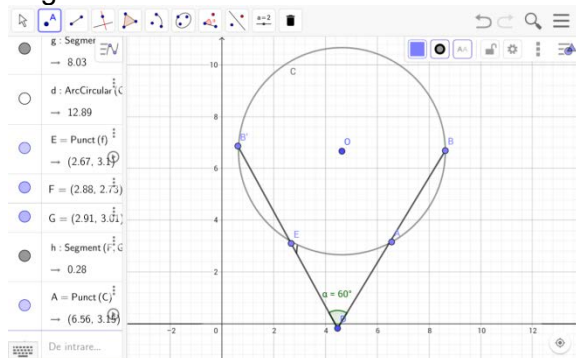
Secvențele lecției	Activități ale lecției		Strategii didactice		Forme	
	Activitatea profesorului	Activitatea elevului	Metode	Mijloace	De org. a activitatii	De evaluare
1. Momentul organizatoric (2 min.)	<ul style="list-style-type: none"> - Verificarea prezenței elevilor și notarea absențelor în catalog - Verificarea ținutei elevilor și a celor necesare desfășurării orei - Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei 	<ul style="list-style-type: none"> - Elevii se asigură că au toate cele necesare - Respectă condițiile de disciplină 	Dialogul			
2. Verificarea temei pentru acasa (6 min.)	Tema de acasă va fi verificată prin sondaj, în cazul în care au fost probleme nerezolvate sau au apărut erori, acestea se va rezolva la tablă sau vor fi explicate oral.	<ul style="list-style-type: none"> - Sunt atenți la întrebările adresate - Răspund la întrebări 	Conversația		Activitate individuală	Chestionare orală
4. Anunțarea temei și a obiectivelor fundamentale ale lecției (2 min.)	Astăzi ne propunem să descriem, să construim și să calculăm: lungimi de laturi, măsuri de unghiuri și măsuri de arce în problemele propuse.	<ul style="list-style-type: none"> - Sunt atenți 	Expunerea Conversația			Observarea sistematică
5. Dirijarea învățării (24 min.)	<p>Se scrie titlul lecției pe tablă: Unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc.</p> <p>Predarea lecției se va face cu ajutorul elevilor și a tabletelor enunțând, definind unele proprietăți și construcția desenelor în aplicația GeoGebra.</p> <p>Def.1. <i>Un unghi cu vârful pe cerc și ale cărui laturi includ două coarde ale cercului se numește unghi înscris în cerc.</i></p> <p>Lema 1. <i>Măsura unui unghi înscris în cerc este jumătate din măsura arcului cuprins între laturile sale.</i></p> <p>Ex. 1. Construiți în GeoGebra Maths un unghi înscris în cerc cu măsura de 45°.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Își notează în caiete informațiile primite - Răspund la întrebările adresate - Fac completări unde este cazul - Pun întrebări dacă nu înțeleg anumite noțiuni - Elevii sunt atenți la indicațiile profesorului - Elevii vor avea ca sarcină de lucru să deschidă jocul <i>GeoGebra</i> și să se familiarizeze cu indicațiile date de profesor pentru a reuși să realizeze reprezentările plane ale 	Conversația Explicația Problematizarea	Caietele Tabla Tablete Video-proiector Laptop	Activitate individuală	Observarea sistematică Chestionare orală



$$m(\widehat{A'BA}) = \frac{m(\widehat{AA'})}{2}$$

Lema 2. Măsura unui unghi cu vârful în exteriorul unui cerc este egală cu jumătate din valoarea absolută a diferenței măsurilor arcelor cuprinse între laturile lui.

Ex. 2. Construiți în **GeoGebra Maths** un unghi exterior unui cerc cu măsura de 60° .



$$m(\widehat{B'DB}) = \frac{1}{2} \cdot [m(\widehat{B'B}) - m(\widehat{AE})]$$

Lema 3. Măsura unui unghi cu vârful în interiorul unui cerc este semisuma arcelor cuprinse între laturile unghiului și prelungirile laturilor lui.

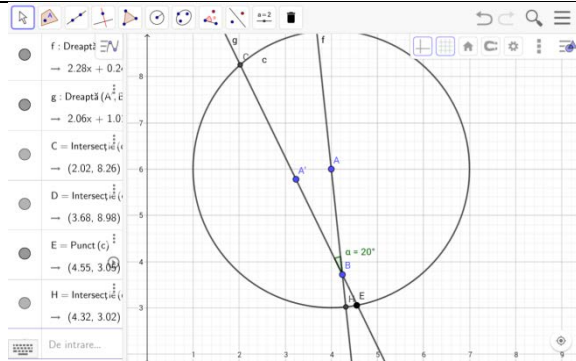
Ex. 3. Construiți în **GeoGebra Maths** un unghi exterior unui cerc cu măsura de 20° .

figurilor geometrice cerute în enunțuri.

Pasul 1: Se deschide aplicația **GeoGebra**.

Pas 2: Din bara de meniuri se selectează iconița cerc apoi selectăm cerc cu centru prin punct sau cerc prin trei puncte

Pas 3: Selectăm iconița unghi apoi selectăm unghi de mărime dată și introducem măsura unghiului.

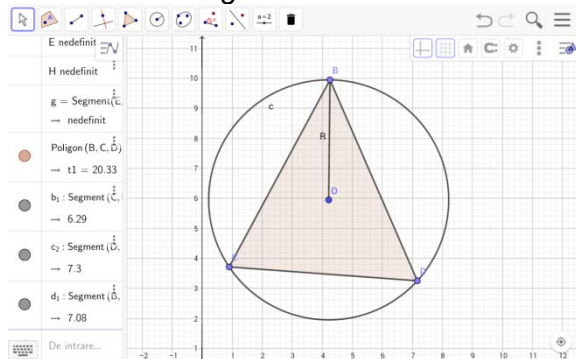


$$m(\widehat{DBC}) = \frac{1}{2} \cdot [m(\widehat{CD}) + m(\widehat{EH})]$$

Obs. 1. Orice unghi înscris într-un semicerc este un unghi drept.

2. Două unghiuri înscrise în cerc care subîntind același arc sunt congruente.

Def. 2. Spunem că un triunghi este înscris în cerc dacă vârfurile sale aparțin cercului. În acest caz, spunem că cercul este circumscris triunghiului.

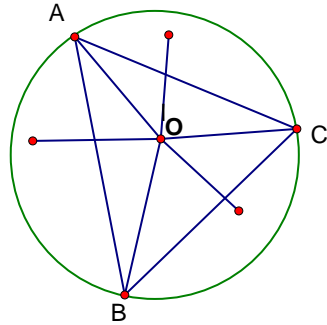


$B, C, D \in C(O; R) \Rightarrow \Delta BCD$ este înscris în cerc

$$A_{\Delta BDC} = \frac{BD \cdot DC \cdot BC}{4R}$$

aria triunghiului înscris în cerc.

Centrul cercului circumscris unui triunghi se află la intersecția mediatoarelor laturilor



triunghiului.

Aplicație:

Să se afle raza cercului circumscris triunghiului cu laturile egale cu 13cm; 14cm și 15cm. Generalizați!

- Elevii identifică ipoteza și concluzia problemei.

- Construiesc și notează figura

- Rezolvă:

a) - verifică dacă triunghiul este dreptunghic cu ajutorul reciprocei teoremei lui Pitagora

b) - calculează aria folosind formula lui

Heron: $S = 84\text{cm}^2$ și apoi înălțimea $AD=12\text{cm}$

c) - identifică diametrul AP și triunghiul dreptunghic ABP

d) - recunosc unghiurile înscrise în cerc

congruente: $m(\hat{A}PB) = m(\hat{A}CB) = \frac{m(\overset{\frown}{AB})}{2}$

e) - aplică funcții trigonometrice: $\sin P$ în triunghiul ABP și $\sin C$ în triunghiul ADC și

obțin proporția $\frac{AB}{AP} = \frac{AD}{AC}$ din care $R = \frac{65}{8}$

- generalizează: pe parcursul rezolvării

problemei se generalizează: $AP = \frac{2S}{a}$;

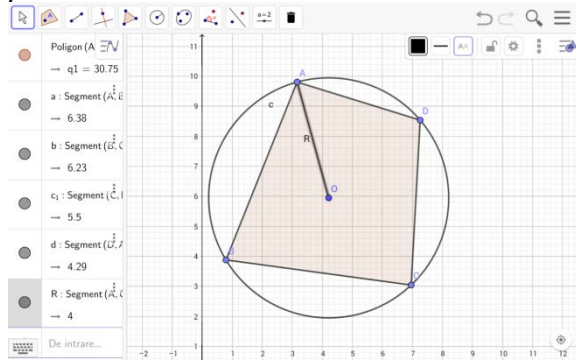
proporția $\frac{c}{2S} = \frac{2R}{b}$ de unde rezultă
 a

formula: $R = \frac{abc}{4S}$

Def. 3. Un patrulater cu vârfurile pe un cerc se numește patrulater înscris în cerc, iar despre cerc vom spune că este circumscris patrulaterului. Orice patrulater înscris într-un cerc este patrulater convex.

Def. 4. Patru puncte se numesc conciclice dacă se află pe același cerc.

Def. 5. Un patrulater se numește inscriptibil dacă vârfurile sale sunt conciclice. Astfel spus, un patrulater este inscriptibil dacă poate fi înscris într-un cerc.



$A, B, C, D \in C(O; R) \Rightarrow ABCD$ este un patrulater înscris în cerc.

Teorema 1 (referitoare la unghiurile opuse ale unui patrulater înscris):

Unghiurile opuse ale unui patrulater înscris într-un cerc sunt suplementare.

$$m(\hat{A}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$

Teorema 2 (referitoare la unghiurile formate de diagonale cu laturile opuse):

Într-un patrulater înscris în cerc, unghiurile

formate de diagonale cu laturile opuse sunt congruente.

Într-un patrulater înscris în cerc, diagonalele formează cu laturile opuse perechi de unghiuri congruente.

Ex: Dacă patrulaterul ABCD este înscris în cerc, atunci:

$$\begin{aligned} \sphericalangle BAC &\equiv \sphericalangle CDB; & \sphericalangle ABD &\equiv \sphericalangle DCA; \\ \sphericalangle DAC &\equiv \sphericalangle CBD; & \sphericalangle ADB &\equiv \sphericalangle BCA; \end{aligned}$$

Profesorul propune elevilor rezolvarea următoarelor probleme aplicative:

Problemă: Patrulaterul convex ABCD este înscris într-un cerc. Calculează măsurile unghiurilor B și C știind că:

- a) $m(\sphericalangle A) = 85^\circ$; $m(\sphericalangle D) = 86^\circ$;
b) $m(\sphericalangle A) = 100^\circ$; $m(\sphericalangle D) = 77^\circ$;

Un elev va rezolva problema la tablă.

E: Va rezolva această problemă ținând cont de teoremă, de unde vor afla:

- a) măsura unghiului B ca fiind egală cu 94° , respectiv măsura unghiului C egală cu 95° ;
b) măsura unghiului B ca fiind egală cu 103° , respectiv măsura unghiului C egală cu 80° .

La final, profesorul verifică rezultatele frontal și conduce o conversație de fixare pe baza întrebărilor:

- *Ce ați avut de construit? Ați știut?*
- *Ce informații v-au fost utile în construcții? Cei care nu ați știut să faceți, ce informații nu ați avut? Acum le aveți?*
- *Unde a fost mai greu? Ce a fost dificil?*
- *Ce ați învățat sau v-ați clarificat/fixat din această activitate?*
- *Cum vă ajută în viața reală aceste cunoștințe?*

4. Asigurarea feedback-ului (14 min.)	<p>Elevii vor primi o fișă de lucru ce se va rezolva la tablă sub îndrumarea profesorului.</p> <p>Elevii sunt supravegheați și ajutați cu explicații suplimentare în soluționarea problemelor care apar pe parcursul orei.</p>	<p>- Rezolva cu atenție și logică exercițiile propuse</p> <p>- În timp ce rezolvă individual cerințele profesoului și întâmpină neclarități, elevii solicită profesorului ajutor, dacă este necesar.</p>	<p>Exercițiul</p> <p>Conversația</p> <p>Observația</p> <p>Explicația</p> <p>Problematizarea</p> <p>Demonstrația</p>	<p>Instr. de scris și desenat</p> <p>Fișa de lucru</p>	<p>Activitate frontală, individuală</p>	<p>Observarea sistematică</p>
5. Precizarea și explicarea temei (2 min.)	<p>Profesorul anunță tema pentru acasă, oferindu-le elevilor indicații în rezolvarea ei.</p> <p>Tema: exercițiile rămase nerezolvate de pe fișa de lucru. Totodată, elevii vor trebui să refacă și pe caiete desenele pe care le-au făcut pe tabletă.</p>	<p>- Sunt atenți și notează pe fișă.</p>	<p>Conversația</p>			

Fișa de lucru

- Punctele A, B, C aparțin aceluiași cerc astfel încât $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$.
 - Determinați $m(\widehat{CA})$;
 - Dacă P și Q sunt puncte ale arcului mare (\widehat{AC}), respectiv arcului mic (\widehat{AC}), determinați $m(\widehat{APC})$, $m(\widehat{AQC})$.
- Pe un cerc se iau punctele A, B, C, D în sensul mișcării acelor de ceasornic, astfel încât $m(\widehat{AB}) = 140^\circ$, $m(\widehat{BC}) = 60^\circ$ și $m(\widehat{CD}) = 120^\circ$. Calculați:
 - măsurile arcelor \widehat{AD} , \widehat{BCD} , \widehat{ADC} , \widehat{DAB} , \widehat{ABC} ;
 - măsurile unghiurilor patrulaterului ABCD;
 - măsurile unghiurilor formate de diagonale cu laturile patrulaterului.
- Într-un cerc de centru O, unghiurile la centru AOB și BOC au măsurile de 140° și 160° . Calculați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.
- Punctul O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, în care $m(\widehat{A}) = 40^\circ$ și $m(\widehat{B}) = 60^\circ$. Determinați măsurile unghiurilor \widehat{AOB} , \widehat{BOC} , \widehat{COA} .
- Dimensiunile unui dreptunghi sunt invers proporționale cu numerele 0,(3) respectiv 0,25. Știind că aria acestuia este 108cm^2 , determinați raza cercului circumscris dreptunghiului.
- Trapezul ABCD este înscris într-un cerc de raza 17cm. Știind că [AB] este diametru și că înălțimea trapezului este de 15 cm, aflați perimetrul și aria trapezului.
- Triunghiul ABC este înscris în cercul C(O;r). Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, știind că $3m(\widehat{AB}) = 2m(\widehat{BC})$ și $m(\widehat{BC}) = 3m(\widehat{AC})$.
- În triunghiul ABC, înălțimile duse din vârfurile A, B și C intersectează cercul circumscris triunghiului în punctele D, E, respectiv F. Știind că $m(\widehat{B}) = 50^\circ$ și $m(\widehat{C}) = 70^\circ$, determinați măsurile arcelor mici \widehat{AE} , \widehat{AF} , \widehat{BD} , \widehat{BE} , \widehat{CE} , \widehat{CF} .