

PROIECT DIDACTIC

Clasa a VIII-a

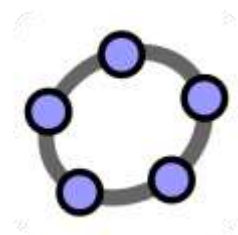
Matematică



Proiect didactic realizat de profesor Liliana Olărașu, Fundația Noi Orizonturi, în cadrul programului – pilot Digitaliada, revizuit de Simona Roșu, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

Înțelegerea matematicii utilizând jocul Agent X/GeoGebra



Clasa a VIII-a – Ecuații de gradul I cu o necunoscută

Tipul lecției – Consolidare și formare de deprinderi

Introducere

În această lecție, elevii vor rezolva ecuația de gradul I și vor determina soluția/soluțiile unei ecuații, într-o mulțime dată. Elevii își vor consolida cunoștințele despre ecuații echivalente, transformări echivalente. Elevii vor lucra individual și în echipe. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat

cu jocul **Agent X/ GeoGebra** și să pregătească, înainte de a începe lecția, tabletele cu jocul **Agent X/ GeoGebra** și fișele de lucru pentru elevi. De asemenea, se adaptează cerințele la numărul existent de elevi. Elevii vor sta câte doi în bancă.

Întrebări esențiale:

- Ce este o soluție a ecuației?
- Ce sunt ecuațiile echivalente?
- Care este forma generală a unei ecuații de gradul I, cu o necunoscută?

Competențe generale și specifice:

CG. 1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.

CG. 2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice.

CG. 3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.

CG. 4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

CG. 5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă.

CG. 6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii.

CS. 1. Determinarea soluțiilor unor ecuații, inecuații sau sisteme de ecuații.

CS. 2. Identificarea unor probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, rezolvarea acestora și interpretarea rezultatului obținut.

Competențe derivate:

- Să identifice o egalitate care este ecuație.
- Să aducă la o formă mai simplă o ecuație, utilizând proprietățile relației de egalitate.
- Să stabilească mulțimea soluțiilor unei ecuații.

- Să rezolve ecuații reductibile la ecuația $ax+b=0$, cu $a, b \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$.
- Să folosească proprietăți ale operațiilor cu numere reale reprezentate prin litere, pentru a optimiza calculul și a rezolva ecuații.

Materiale necesare:

- Tablă, cretă, fișe 1-3, tabletele cu jocul **Agentul X/GeoGebra**.

Concepte abordate:

- Ecuație
- Variabilă/necunoscută
- Coeficienți
- Termeni liberi
- Soluție/soluții
- Calcul algebric

Desfășurarea lecției

1. Captarea atenției și prezentarea titlului lecției

Scop: Elevii să intre în atmosfera lecției cu atenție și curiozitate maximă

Timp: 5 minute

Materiale de lucru: Anexa 1 - piese puzzle

Metode: Conversația, jocul

Concepte: Ecuație

Elevii vor fi introduși în atmosfera lecției printr-un joc matematic, ce conduce spre rezolvarea unei ecuații.

Joc matematic!

Profesorul solicită unui elev să se gândească la un număr. Adună acest număr cu 3, înmulțește rezultatul cu 7, scade numărul la care te-ai gândit, mai scade 9 și împarte rezultatul la 6. Elevul va comunica profesorului rezultatul obținut, profesorul ghicind apoi numărul la care s-a gândit elevul. Se repetă jocul de trei ori la rând, cu trei elevi diferiți, de fiecare dată profesorul ghicește numărul.

Elevilor li se vor adresa întrebări de genul:

- *Ce credeți, e magie sau doar matematică?*
- *De ce noțiune matematică credeți că avem nevoie pentru a elucida jocul? (Ecuația)*
- *Pe ce se bazează rezolvarea acestui joc matematic?*

Se anunță titlul lecției și obiectivele de învățare: **Ecuații de gr. I cu o necunoscută de forma $ax+b=0$, cu $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, ecuații reducibile.**

2. Reactualizarea cunoștințelor învățate anterior

Scop: Elevii să-și reamintească noțiunile legate de ecuații și rezolvarea lor

Timp: 10 minute

Materiale: Fișa de lucru 1

Metode: Conversația, explicația, exercițiul

Concepte: Ecuația de gradul I cu o necunoscută, domeniul de definiție a ecuației, variabilă/necunoscută, coeficienți, termeni liberi, soluție, mulțimea soluțiilor, relația de egalitate, ecuații echivalente

Discuții preliminare:

Reactualizarea cunoștințelor se face cu ajutorul unei scheme prezentate de către profesor pe tablă și completate de către elevi pe fișa de lucru. Se prezintă fișa de lucru 1, concepută sub formă de schemă cu informații lipsă. Profesorul va completa schema pe tablă, punând întrebări ajutătoare elevilor, pentru a obține răspunsuri de la ei. Elevii vor completa informațiile pe fișa primită.

3. Dirijarea învățării și fixarea cunoștințelor

Scop: Elevii să aplice cunoștințele despre ecuații.

Timp: 35 minute

Materiale: Tableta și fișa de lucru 2

Metode: Conversația, demonstrația, exercițiul pe tabletă, activitate independentă

Concepte: Ecuația, ecuația de gradul I cu o necunoscută, soluție, mulțimea soluțiilor, ecuații echivalente

Etapa 1

Pregătirea pentru jocul Agent X

Elevii vor avea ca sarcină de lucru să deschidă jocul **Agent X** și să selecteze, pe rând, următoarele categorii: **Addition, Subtraction, Multiplication și Division** și să joace/rezolve câte două nivele (1 și 2), din fiecare categorie.

Etapa 2

Exersare cu Jocul Agent X

Fiecare categorie/nivel este structurată pe trei secvențe:

1. Selectarea Agentului X – presupune rezolvare unei ecuații:



2. Înlăturarea obstacolelor și prinderea spionului – presupune rezolvarea a 4 ecuații:



3. Oprește lansarea virusului – presupune rezolvarea a 6 ecuații, pentru a afla parola care oprește lansarea virusului:



Observații:

- Cele trei secvențe durează maximum 2 min și 30 de secunde, în cazul în care ecuațiile sunt rezolvate corect, în timp și nu trebuie reluat nivelul.
- Am ales nivelul 1 și 2 pentru că scopul urmărit este acela de a consolida operația de aflare a termenului/factorului necunoscut și nu exersarea abilităților de calcul cu numere mari.
- Întrucât este un joc contra cronometru, calculele trebuie efectuate mental, concluziile constatate în urma jocului vor fi notate pe fișa de fixare a cunoștințelor la finalul lecției.

Nivelele alese conțin:

Addition – ecuații cu necunoscuta termen în adunare – nivelul 1 și 2

Subtraction – ecuații cu necunoscuta termen în scădere – nivelul 1 și 2

Multiplication – ecuații cu necunoscuta factor în înmulțire – nivelul 1 și 2

Division – ecuații cu necunoscuta factor în împărțire – nivelul 1 și 2

Elevii se joacă/rezolvă ecuații individual, fiecare în ritmul propriu. Profesorul se plimbă printre bănci, dă indicații și ajută elevii care întâmpină dificultăți. După 20 de minute profesorul dă semnalul de încetare a jocului, fiecare elev va trebui să-și noteze în caiet categoria și nivelul la care a ajuns.

Etapa 3

Rezolvare de exerciții pe fișă folosind aplicația GeoGebra

Rugați elevii să completeze în perechi fișa pe care au primit-o, pe baza noțiunilor pe care le-au învățat în lecție. Se va prezenta fiecare tip de ecuație identificat în joc. Fișa se verifică frontal, prin citirea celor notate/rezultatelor.

Exercițiul din fișa de lucru 2, exercițiul nr.5

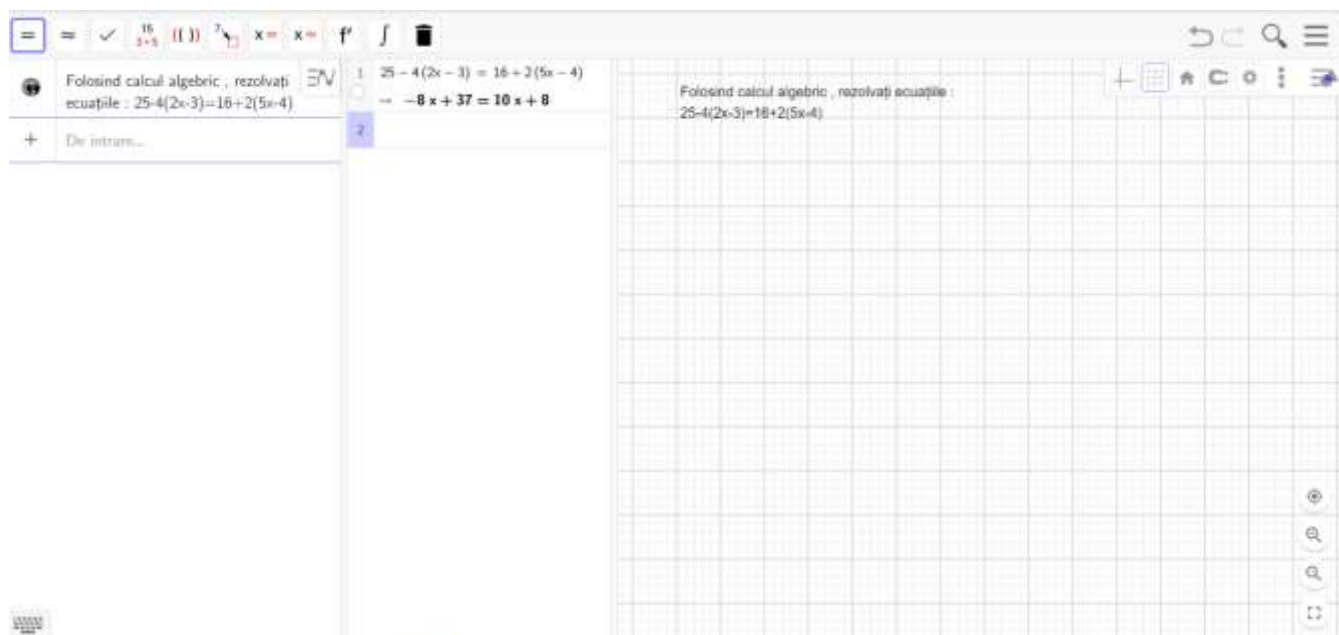
5. Folosind calculul algebric, rezolvați ecuațiile în mulțimile specificate:

a) $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$, $x \in \mathbf{Q}$ b) $3(x + 2) - 2(1 - x) = 4x + 5$, $x \in \mathbf{N}$

Deschidem aplicația **GeoGebra** pentru început:

Pasul 1: Vom introduce, pentru început, ecuația pe care dorim să o rezolvăm.

Pasul 2: Folosind **GeoGebra Calculator** vom rezolva etapă cu etapă ecuația propusă.



Folosind calcul algebric, rezolvați ecuațiile: $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$

De intram...

- $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$
- $-8x + 37 = 10x + 8$
- $8x - 10x = 8 - 37$
- $-2x = -29$

Folosind calcul algebric, rezolvați ecuațiile: $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$

x	y	z	π	7	8	9	*	+
x^2	x^{12}	\sqrt{x}	e	4	5	6	+	-
<	>	≤	≥	1	2	3	=	⊗
()	x	.	0	.	<	>	←

Folosind calcul algebric, rezolvați ecuațiile: $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$

De intram...

- $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$
- $-8x + 37 = 10x + 8$
- $8x - 10x = 8 - 37$
- $-2x = -29$

Rezult: $\left\{ x = \frac{29}{2} \right\}$

De intram...

Folosind calcul algebric, rezolvați ecuațiile: $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$

x	y	z	π	7	8	9	*	+
x^2	x^{12}	\sqrt{x}	e	4	5	6	+	-
<	>	≤	≥	1	2	3	=	⊗
()	x	.	0	.	<	>	←

b) $3(x + 2) - 2(1 - x) = 4x + 5$

Folosind calcul algebric , rezolvați ecuațiile : $25-4(2x-3)=16+2(5x-4)$

De intrare...

1 $25-4(2x-3) = 16+2(5x-4)$
 $\rightarrow -8x + 37 = 10x + 8$

2 $8x - 10x = 8 - 37$
 $\rightarrow -2x = -29$

3 $S2$

Rezolvă: $\left\{ x = \frac{29}{2} \right\}$ Text

De intrare...

B / Serif Formă (LaTeX)

Folosind calcul algebric , rezolvați ecuațiile :
 $25-4(2x-3)=16+2(5x-4)$
 $3(x+2)-2(1-x)=4x+5$

Amuzant

OK Anulați

Folosind calcul algebric , rezolvați ecuațiile : $25-4(2x-3)=16+2(5x-4)$
 $3(x+2)-2(1-x)=4x+5$

De intrare...

1 $25-4(2x-3) = 16+2(5x-4)$
 $\rightarrow -8x + 37 = 10x + 8$

2 $8x - 10x = 8 - 37$
 $\rightarrow -2x = -29$

3 $S2$

Rezolvă: $\left\{ x = \frac{29}{2} \right\}$

4 $3(x+2) - 2(1-x) = 4x+5$
 $\rightarrow 5x+4 = 4x+5$

5 $S4$

123 f(x) ABC aBy

x	y	z	π	7	8	9	*	+
\square^2	x^{\square}	$\sqrt{\square}$	e	4	5	6	+	-
<	>	≤	≥	1	2	3	=	\square
()	\square	.	0	.	<	>	←

Folosind calcul algebric , rezolvați ecuațiile : $25-4(2x-3)=16+2(5x-4)$
 $3(x+2)-2(1-x)=4x+5$

De intrare...

1 $25-4(2x-3) = 16+2(5x-4)$
 $\rightarrow -8x + 37 = 10x + 8$

2 $8x - 10x = 8 - 37$
 $\rightarrow -2x = -29$

3 $S2$

Rezolvă: $\left\{ x = \frac{29}{2} \right\}$

4 $3(x+2) - 2(1-x) = 4x+5$
 $\rightarrow 5x+4 = 4x+5$

5 $S4$

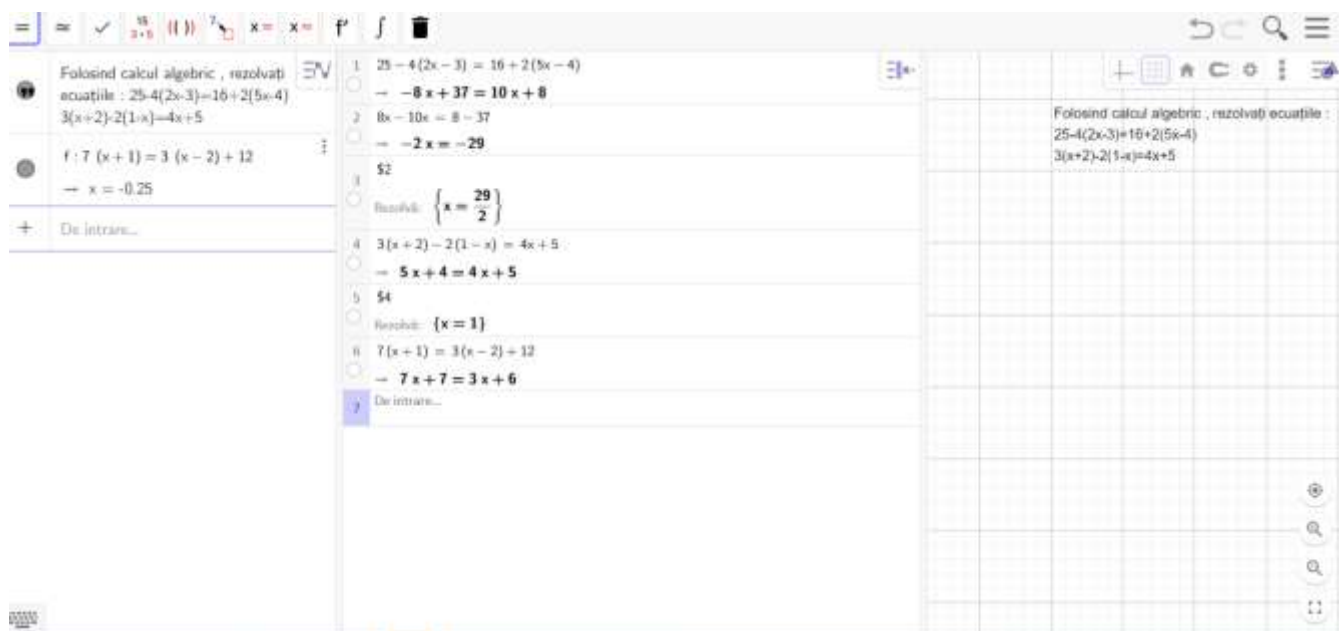
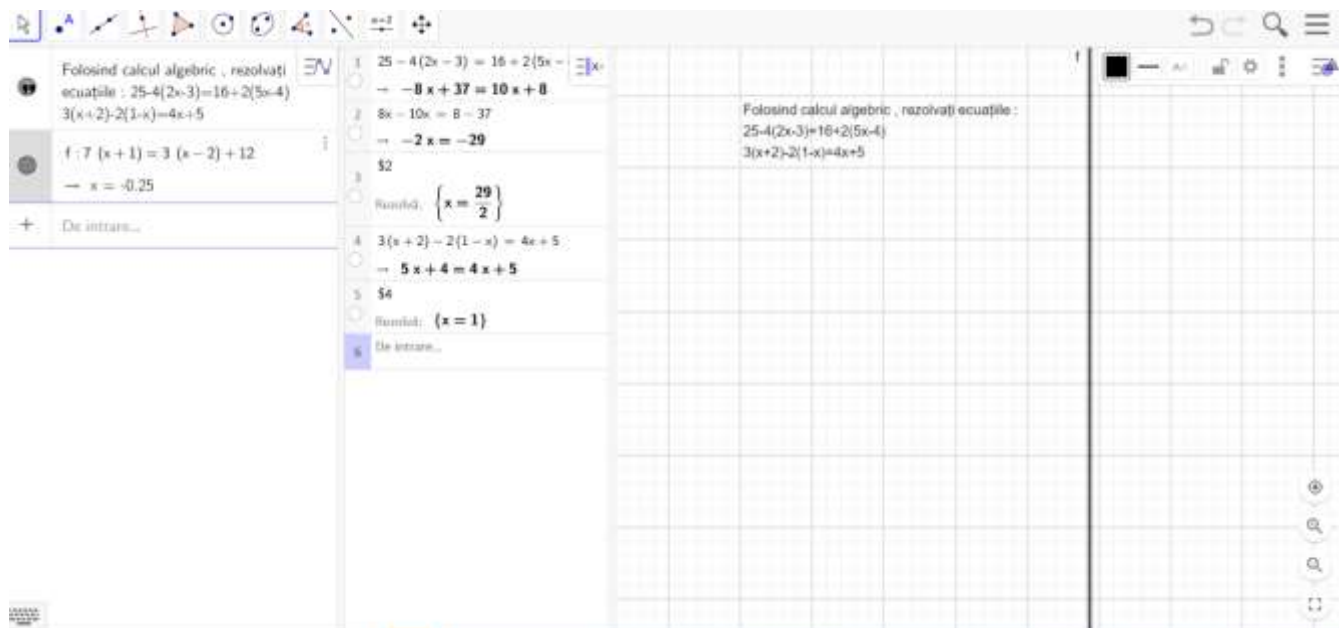
Rezolvă: $\{x = 1\}$

De intrare...

123 f(x) ABC aBy

x	y	z	π	7	8	9	*	+
\square^2	x^{\square}	$\sqrt{\square}$	e	4	5	6	+	-
<	>	≤	≥	1	2	3	=	\square
()	\square	.	0	.	<	>	←

Exercițiu rezolvat folosind GeoGebra:



The screenshot shows a digital workspace with a grid background. On the left, there are three task cards:

- Card 1: "Folosind calcul algebric, rezolvați ecuațiile : $25-4(2x-3)=16+2(5x-4)$
 $3(x+2)-2(1-x)=4x+5$ "
- Card 2: " $f: 7(x+1)=3(x-2)+12$
 $\rightarrow x=-0.25$ "
- Card 3: "De intrare..."

In the center, a list of equations and solutions is displayed:

- $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$
 $\rightarrow -8x + 37 = 10x + 8$
- $8x - 10x = 8 - 37$
 $\rightarrow -2x = -29$
- 52
Rezultat: $\left\{ x = \frac{29}{2} \right\}$
- $3(x+2) - 2(1-x) = 4x+5$
 $\rightarrow 5x+4 = 4x+5$
- 54
Rezultat: $\{ x = 1 \}$
- $7(x+1) = 3(x-2)+12$
 $\rightarrow 7x+7 = 3x+6$
- 56
Rezultat: $\left\{ x = -\frac{1}{4} \right\}$
- 4 De intrare...

On the right, a text box contains the same instructions as the first card: "Folosind calcul algebric, rezolvați ecuațiile : $25-4(2x-3)=16+2(5x-4)$
 $3(x+2)-2(1-x)=4x+5$ ".

Întrebări de reflecție și analiză:

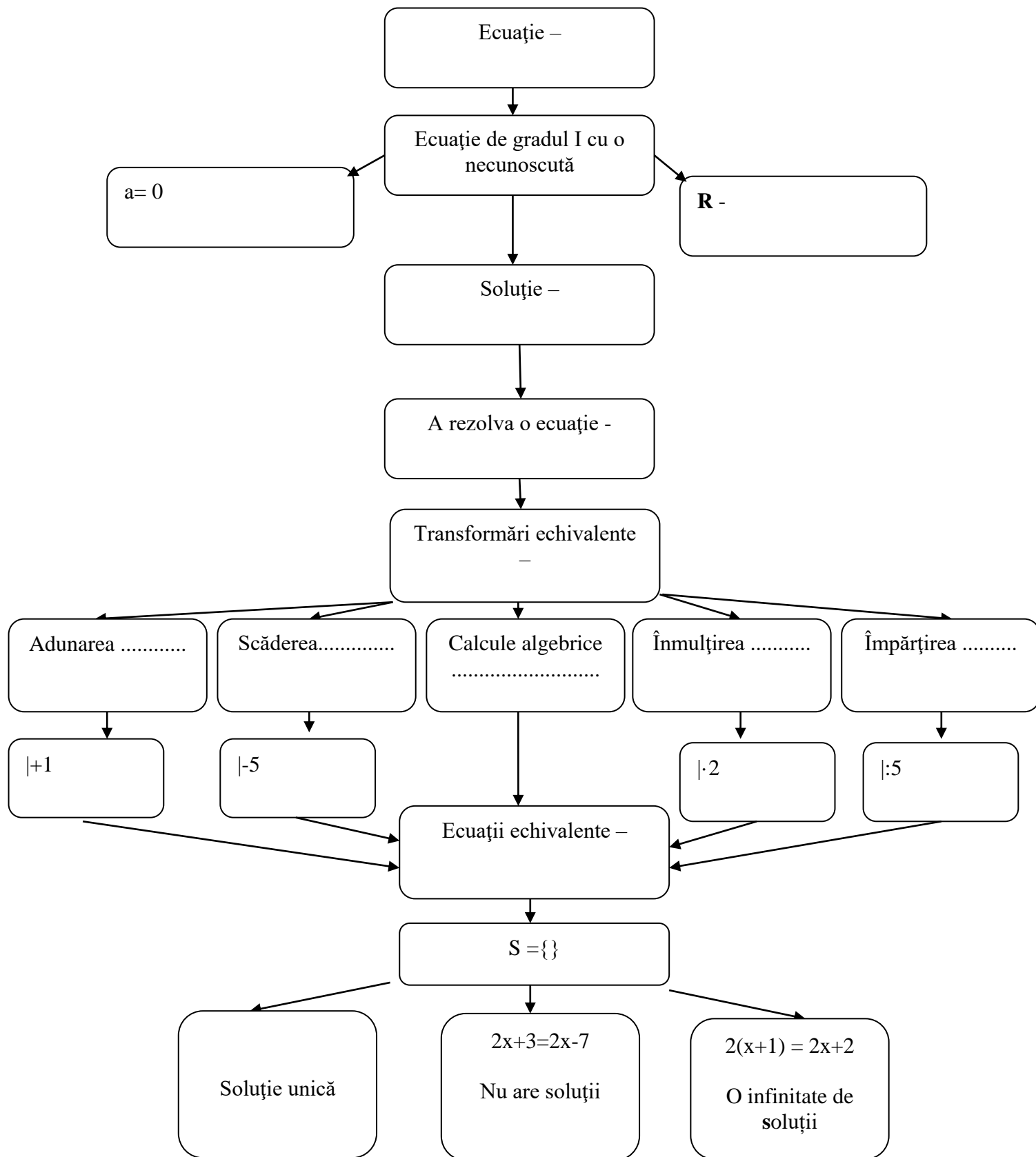
- Cum vi s-au părut sarcinile?
- Cum ați reușit să identificați tipurile de ecuații care au apărut în joc?
- Ce a trebuit să faceți ca să treceți de la un nivel la altul?
- Credeți că prin acest joc ați putut rezolva un număr mai mare de ecuații?
- Ce v-ați clarificat/fixat prin această activitate?
- Cum puteți folosi în viața de zi cu zi rezolvarea mentală de ecuații?

Bibliografie:

1. Singer Mihaela, Voica Cristian, Voica Consuela, *Manual pentru clasa a VIII-a*, București, Editura Sigma, 2000
2. www.didactic.ro
3. <http://www.logicus.ro/index.php/probleme-de-aritmetica/176-la-ce-numar-te-ai-gandit>

Fișa de lucru 1 – Actualizare

Completați schema de mai jos cu informațiile care lipsesc:



Fișa de lucru 2 – Fixare

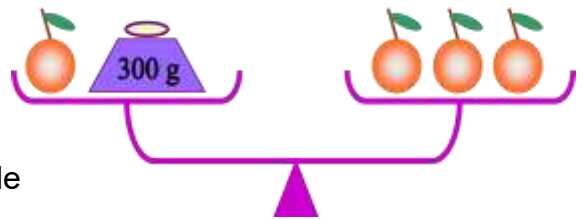
1. Completați tabelul cu exemple de ecuații identificate în jocul **Agentul X**:

Tipul de ecuație	Pași în rezolvare	Tipul de ecuație	Pași în rezolvare
$x+15= 39$	Scadem din ambii membrii 15	$x-12= -25$
$x =$		$x =$	
$S =$		$S =$	
Tipul de ecuație	Pași în rezolvare	Tipul de ecuație	Pași în rezolvare
$-3x=10$	$x:5=7$
$S =$		$S =$	

2. Știm că ecuația este considerată și o balanță.

În figura dată, calculați cât cântărește o portocală.

Scrieți și rezolvați ecuația care vă este sugerată de figură.



.....

3. Identificați și încercuiți ecuațiile din următoarea listă:

a) $\frac{x}{2} = \frac{z}{3} = \frac{z}{4} \quad 13x - 5 = 21$

c) $x + 1 = x + 5$

b) $2 \cdot 5 = 9 + 4$

d) $-2x + 5 = 5 - 2x$

4. Verificați dacă numerele sunt soluții pentru ecuațiile (subliniați ecuațiile):

a. 1 pentru $x + 2 = 3$ sau $3(x - 5) = x - 13$ sau $2x - 1 = 5$

b. Perechea (2;0) pentru $x + y = 2$ sau $3x - 2y = 12$ sau $7x + y = 14$

5. Folosind calculul algebric, rezolvați ecuațiile în mulțimile specificate:

a. $25 - 4(2x - 3) = 16 + 2(5x - 4)$, $x \in \mathbf{Q}$ b) $3(x + 2) - 2(1 - x) = 4x + 5$, $x \in \mathbf{N}$

a) $\frac{x \cdot (2x - 3)}{2} - \frac{(x - 5) \cdot (x + 5)}{3} = \frac{(2x + 3)^2 - 1}{6}$

b) $\frac{x \cdot (2x - 5)}{3} - \frac{(x - 2) \cdot (x + 2)}{5} = \frac{7 \cdot (x - 1)^2 - 28}{15}$

c) $\frac{x \cdot (x + 1)}{3} - \frac{(x - 2) \cdot (x + 2)}{4} = \frac{(x + 1)^2 + 3}{12}$

d) $\frac{x \cdot (x + 3)}{2} - \frac{(x - 2) \cdot (x + 2)}{4} = \frac{2 \cdot (x + 1)^2 + 6}{8}$

6. a) $\frac{4x - 3}{x - 1} = \frac{12x + 5}{3x + 1}$

b) $\frac{2x - 1}{x + 3} = \frac{6x + 7}{3x + 7}$

c) $\frac{4x - 3}{2x + 1} = \frac{10x - 3}{5x + 7}$

d) $\frac{3x + 4}{6x + 5} = \frac{2x + 3}{4x + 3}$

7. a) $2\sqrt{3} \cdot (3x-2) + 3x = x\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}-2)$ **b)** $2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2}-1) = 3\sqrt{2} \cdot (x-1) + 2x$

8. a) $|3x-2|=8$

b) $|2x-3|=7$

c) $|4x-1|=5$

d) $|2x-5|=3$

9. a) $x\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \sqrt{5}-2x$

b) $x\sqrt{(3-\sqrt{10})^2} = \sqrt{10}-3x$

c) $x\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}-x$

d) $x\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} = \sqrt{7}-2x$