

## PROIECT DIDACTIC

Clasa a VII-a

Matematică



Proiect didactic realizat de Monica Popovici, profesor Digitaliada, revizuit de Ioan Popa, profesor Digitaliada

Textul și ilustrațiile din acest document începând cu pagina 2 sunt licențiate de Fundația Orange conform termenilor și condițiilor licenței Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0) care poate fi consultată pe pagina web <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>. Coperta (pagina 1), ilustrațiile, mărcile înregistrate, logo-urile Fundația Orange, Digitaliada și orice alte elemente de marcă incluse pe copertă sunt protejate prin drepturi de proprietate intelectuală exclusive și nu pot fi utilizate fără consimțământul anterior expres al titularilor de drepturi.

## Înțelegerea matematicii utilizând aplicația *Pythagorea*



### **Cerc. Segment. Unghi, triunghi si patrulater inscris in cerc. Tipul lecției – Lecție de consolidare a cunoștințelor**

#### **Introducere**

În această lecție introductivă, elevii de clasa a VII-a vor învăța să definească, să descrie, să construiască și să calculeze: lungimi de laturi, măsuri de unghiuri și măsuri de arce în problemele propuse. Utilizând aplicația **Pythagorea**, elevii vor reuși să realizeze reprezentările plane ale elementelor în cerc predate anterior. Elevii vor lucra individual. Se recomandă ca profesorul să fie familiarizat cu jocul **Pythagorea** și să pregătească înainte de a începe lecția materialele necesare, fișele de lucru și tabletele. Elevii vor fi așezați câte doi în bancă.

#### **Competențe generale și specifice:**

**CG 1.** Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.

**CS 1.** Recunoașterea și descrierea elementelor unui cerc, într-o configurație geometrică dată.

**CG 2.** Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.

**CS 1.** Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale cercului.

**CG 3.** Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.

**CS 1.** Exprimarea proprietăților elementelor unui cerc în limbaj matematic;

**CS 2.** Calcularea unor lungimi de segmente și măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate în configurații geometrice care conțin un cerc.

#### **Strategii didactice învățate:**

##### **1. Metode și procedee:**

Conversația, observația, expunerea, exercițiul, dialogul.

##### **2. Material suport:**

Manual, culegeri, fișe de lucru, tablă, videoproiector, cretă albă, portofoliul profesorului, laptop, tablete cu aplicația **Pythagorea - circles**.

**3. Forme de organizare a activității:**

Activitate frontală, activitate individuală.

**4. Forme de evaluare:**

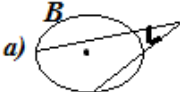





Observarea sistematică va fi realizată pe parcursul lecției, răspunsurile elevilor la întrebările și problemele propuse vor indica:

- Volumul și calitatea cunoștințelor însușite
- Gândirea logică și creativă a elevilor
- Modul de participare la lecție

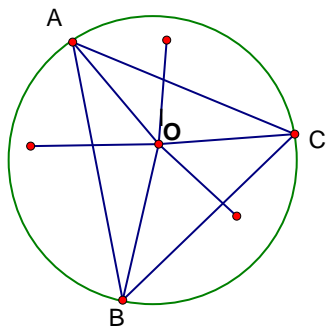
**5. Bibliografia:**

1. Ștefan Smarandache, Culegere, Editura Universal Plan
2. R. A. Mariana Mitea, Manual, Editura Didactică și Pedagogică
3. Culegere Clubul Matematicienilor, Editura Art.
4. Manual, Editura Sigma

### Desfășurarea lecției

| Secvențele lecției   | Activități ale lecției  |   | Strategii didactice |                 | Forme                              |   |
|--|---|---|---------------------|-----------------|------------------------------------|---|
|  | Activitatea profesorului  | Activitatea elevului  | Metode              | Mijloace        | De org. a activității              | De evaluare   |
| <b>1. Momentul organizatoric (2 min.)</b>                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Verificarea prezenței elevilor și notarea absențelor în catalog</li> <li>- Verificarea ținutei elevilor și a celor necesare desfășurării orei</li> <li>- Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Elevii se asigură ca au toate cele necesare</li> <li>- Respectă condițiile de disciplină</li> </ul>              | Dialogul            |                 |                                    |   |
| <b>2. Captarea atenției si reactualizarea cunoștințelor (8 min.)</b> | <p>Le reamintește elevilor că în lecția precedentă de geometrie au studiat unghiul, triunghiul și patrulaterul înscris în cerc, afișându-le cu ajutorul videoproietorului o imagine cu două coloane cu elemente de geometrie pentru a le asocia și demara întrebări pe aceste elemente:</p> <p><i>A</i></p> <p><b>1. unghi interior cercului</b>      a) </p> <p><b>2. unghi la centru</b>      b) </p> <p><b>3. unghi exterior cercului</b>      c) </p> <p><b>4. triunghi inscris in cerc</b>      d) </p> <p><b>5. unghi pe cerc</b>      e) </p> <p><b>6. patrulater inscris in cerc</b>      f) </p> <p>Reamintim:<br/>Dacă A, B și C sunt trei puncte distincte ale unui cerc atunci centrul cercului este intersecția mediatoarelor laturilor unui triunghi ABC.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Elevii asociază și răspund la întrebările scurte adresate de profesor în reamintirea lecției învățate</li> </ul> | Activitate comună   | Video-proiector | Activitate frontală și individuală | <ul style="list-style-type: none"> <li>Obserare sistematică</li> <li>Chestionare orală</li> </ul> |

Cercul care conține vârfurile unui triunghi se numește **cerul circumscris triunghiului**.



**Aplicație:**

Să se afle raza cercului circumscris triunghiului cu laturile egale cu 13 cm; 14 cm și 15 cm. Generalizați!

- Elevii identifică ipoteza și concluzia problemei.
- Construiesc și notează figura
- Rezolvă:
  - a) - verifică dacă triunghiul este dreptunghic cu ajutorul reciprocei teoremei lui Pitagora
  - b) - calculează aria folosind formula lui Heron:  $S = 84\text{cm}^2$  și apoi înălțimea  $AD=12\text{cm}$
  - c) - Identifică diametrul AP și triunghiul dreptunghic ABP
  - d) - recunosc unghiurile înscrise în cerc congruente:  $m(\hat{APB}) = m(\hat{ACB}) = \frac{m(\overset{\frown}{AB})}{2}$
  - e) - aplică funcții trigonometrice:  $\sin P$  în triunghiul ABP și  $\sin C$  în triunghiul ADC și obțin proporția  $\frac{AB}{AP} = \frac{AD}{AC}$  din care  $R = \frac{65}{8}$
- Generalizează: pe parcursul rezolvării problemei se generalizează:  $AP = \frac{2S}{a}$ ;

proporția  $\frac{c}{2S} = \frac{2R}{b}$  de unde rezultă formula:  
$$a$$

$$R = \frac{abc}{4S}$$

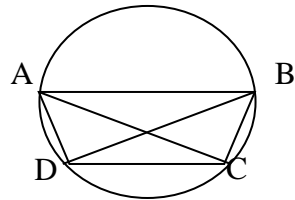
**Să ne reamintim:**

- Un patrulater este înscris într-un cerc, dacă vârfurile sale aparțin cercului (sunt conciclice)  
În acest caz, cercul este circumscris patrulaterului.

Unghiurile opuse ale unui patrulater înscris în cerc sunt suplementare.

Fie ABCD un patrulater înscris în cerc, atunci:

$$\begin{aligned} m(\sphericalangle A) + m(\sphericalangle C) &= 180^\circ; \\ m(\sphericalangle B) + m(\sphericalangle D) &= 180^\circ; \end{aligned}$$



Într-un patrulater înscris în cerc, diagonalele formează cu laturile opuse perechi de unghiuri congruente.

**Ex:** Dacă patrulaterul ABCD este înscris în cerc, atunci:

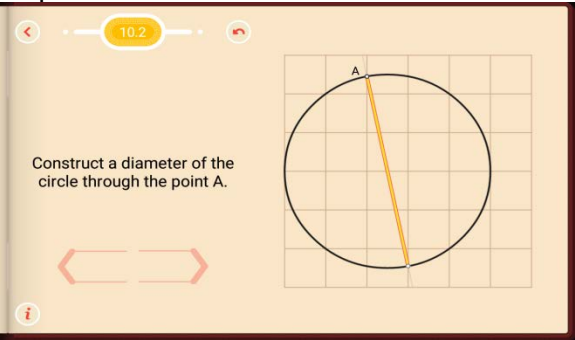
$$\begin{aligned} \sphericalangle BAC &\equiv \sphericalangle CDB; & \sphericalangle ABD &\equiv \sphericalangle DCA; \\ \sphericalangle DAC &\equiv \sphericalangle CBD; & \sphericalangle ADB &\equiv \sphericalangle BCA; \end{aligned}$$

Profesorul propune elevilor rezolvarea următoarelor probleme aplicative:

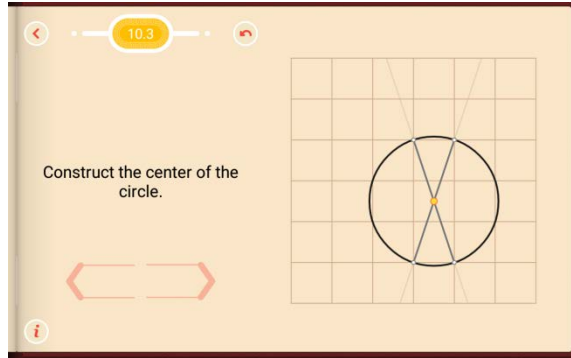
**Problemă:** Patrulaterul convex ABCD este înscris într-un cerc. Calculează măsurile unghiurilor B și C știind că:

- $m(\sphericalangle A) = 85^\circ$ ;  $m(\sphericalangle D) = 86^\circ$ ;
- $m(\sphericalangle A) = 100^\circ$ ;  $m(\sphericalangle D) = 77^\circ$ ;

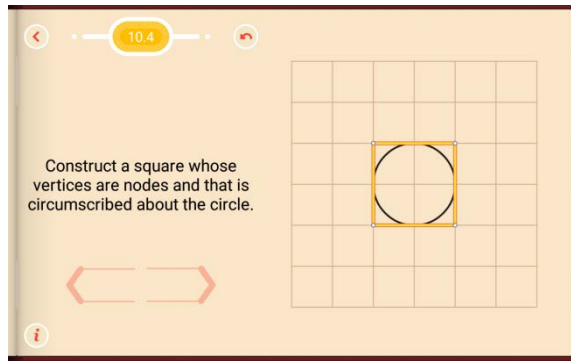
Un elev va face rezolvarea la tablă.

|  |  |   |  |   |   |                        |
|--|--|---|--|---|---|------------------------|
|  | <p><b>E:</b> Vor rezolva această problemă ținând cont de teoremă, de unde vor afla:</p> <p>a) măsura unghiului B ca fiind egală cu <math>94^\circ</math>, respectiv măsura unghiului C egală cu <math>95^\circ</math></p> <p>b) măsura unghiului B ca fiind egală cu <math>103^\circ</math>, respectiv măsura unghiului C egală cu <math>80^\circ</math>.</p>  |   |  |   |   |                        |
| <p><b>3. Verificarea temei pentru acasă (6 min.)</b></p>                             | <p>Tema pentru acasă va fi verificată prin sondaj. În cazul în care au fost exerciții nerezolvate sau au apărut erori, acestea vor fi rezolvate la tablă sau explicate oral.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sunt atenți la întrebările adresate</li> <li>- Răspund la întrebări</li> <li>- Verifica tema</li> <li>- Corectează unde au greșit</li> </ul>   | Conversația  | Caietele de teme                            | Activitate individuală și frontală                | Observarea sistematică |
| <p><b>4. Anunțarea temei și a obiectivelor fundamentale ale lecției (2 min.)</b></p> | <p>Astăzi ne propunem să fixăm noțiunile legate de unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc, să rezolvăm diferite exerciții din fișele de lucru propuse și să dezvoltăm abilitățile practice oferite de aplicația de pe tablete.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sunt atenți</li> </ul>   | Expunerea<br>Conversația   |   |   | Observarea sistematică |
| <p><b>5. Asigurarea feedback-ului (30 min.)</b></p> <p>10 min.</p>                   | <p>Aceasta activitate se împarte în două etape:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-individual pe tablete</li> <li>-pe grupe</li> </ul> <p><b>I.</b> Pentru a fixa mai bine aceste noțiuni, elevii vor deschide tabletele cu aplicația <b>Pythagorea - capitoul Circles</b>, precizând timpul de lucru.</p>  <p>Elevii vor construi un diametru al cercului prin</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Elevii vor avea ca sarcină de lucru să deschidă jocul <b>Pythagorea - Circles</b>, și să se familiarizeze cu indicațiile date de profesor pentru a reuși să construiască elementele într-un cerc.</li> </ul> | Exercițiul<br>Conversația<br>Observația<br>Explicația<br>Problematizarea | Instr. de scris<br>Fișe de lucru<br>Tablete | Activitate frontală<br><br>Activitate individuală | Observarea sistematică |

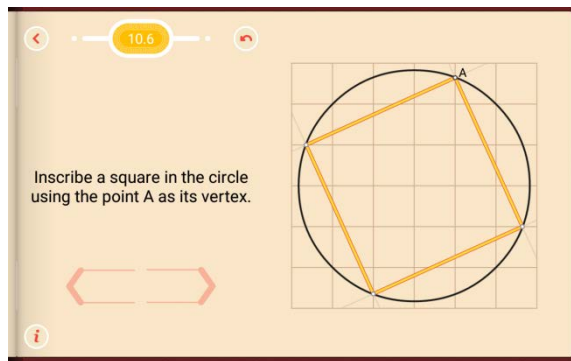
punctul A.



Construiți centrul cercului.



Construiți un pătrat ale cărui vârfuri sunt noduri și acesta este circumscris cercului.



Înscrieți un pătrat în cerc utilizând punctul A



|   |  |   |             |  |  |  |
|---|--|---|-------------|--|--|--|
| 20 min.   | <p>drept vârful său.</p> <p>La sfârșitul orei elevii pot să facă o sinteză cum li s-au părut exercițiile de pe tabletă comparativ cu cele de pe fișa de lucru.</p> <p><b>II.</b> Elevii vor primi o fișă de lucru ce se va rezolva la tablă, sub îndrumarea profesorului. Elevii sunt supravegheați și ajutați cu explicații suplimentare în soluționarea problemelor care apar pe parcursul orei.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Elevii sunt atenți la indicațiile profesorului</li> <li>- Rezolvă cu atenție și logică exercițiile propuse</li> <li>- În timp ce rezolvă individual și întâmpină neclarități, elevii solicită ajutorul profesorului</li> </ul> |             |  |  |  |
| <b>6. Precizarea și explicarea temei (2 min.)</b> | <p>Anunță tema pentru acasă, oferindu-le elevilor indicații în rezolvarea ei. Tema: exercițiile rămase de pe fișa de lucru.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sunt atenți și notează pe fișă</li> </ul>  | Conversația |  |  |  |

### Fișa de lucru

1. Fie triunghiul ABC cu  $m(\widehat{A}) = 75^\circ$  și  $m(\widehat{B}) = 60^\circ$ . Bisectoarele [AD, [BE, [CF intersectează cercul circumscris triunghiului ABC în punctele D, E și F. Calculați măsurile arcelor  $\widehat{BD}$ ,  $\widehat{CD}$ ,  $\widehat{CE}$ ,  $\widehat{AE}$ ,  $\widehat{BF}$  și  $\widehat{AF}$ .

2. Punctele A, B și C aparțin aceluiași cerc astfel încât  $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$ .

a. Determinați  $m(\widehat{ABC})$ ;

b. Dacă P și Q sunt puncte ale arcului mare  $\widehat{AC}$ , respectiv arcului mic  $\widehat{AC}$ , determinați  $m(\widehat{APC})$  și  $m(\widehat{AQC})$ .

3. Triunghiul dreptunghic MNP,  $m(\widehat{M}) = 90^\circ$  este înscris într – un cerc de rază 20cm. Știind că  $MP=32$ cm, calculați:

a. Perimetrul și aria triunghiului;

b. Distanțele de la centrul cercului la laturile MN și MP.

4. Calculați raza cercului unui triunghi EFG, dacă:

a.  $EF=EG=FG= 9$  cm;

b.  $EF=EG= 20$  cm și  $FG= 24$  cm;

c.  $EF= 12$  cm,  $EG= 16$  cm și  $FG= 20$  cm.

5. Calculați raza cercului unui trapez isoscel ABCD( $AB \parallel CD$ ), dacă:

a.  $AD=DC=10$  cm și  $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ ;

b.  $AB= 25$  cm,  $CD= 7$  cm și  $AD= 15$  cm.

6. Dimensiunile unui dreptunghi sunt invers proporționale cu numerele 0,(3) respectiv 0,25. Știind că aria acestuia este  $108\text{cm}^2$ , determinați raza cercului circumscris dreptunghiului.

7. Trapezul ABCD ( $AB \parallel CD$ ) cu  $BD \perp BC$ , este înscris într – un cerc. Dacă  $BD = 18$  cm și  $BC = 24$  cm, calculați raza cercului circumscris trapezului.

8. Triunghiul ABC este înscris în cercul  $C(O;r)$ . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC, știind că  $3m(\widehat{AB}) = 2m(\widehat{BC})$  și  $m(\widehat{BC}) = 3m(\widehat{AC})$

9. În cercul  $C(O;r)$  se consideră coardele [AB] și [CD], concurente în {P}. Știind că  $O \in \text{Int}(\widehat{APC})$ ,  $m(\widehat{APC}) = 60^\circ$  și  $m(\widehat{AOC}) = 100^\circ$ , determinați  $m(\widehat{BD})$ .

**Poligoane înscrise în cerc**  
**Patrulater inscriptibil**

1. Care dintre patrulaterelor studiate sunt inscriptibile? Justificați.
2. Fie ABCD un patrulater inscriptibil în care  $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle B$ . Aflați măsura unghiului A.
3. Fie ABCD un patrulater inscriptibil. Dacă  $m(\sphericalangle BAC) = 20^\circ$  și  $m(\sphericalangle DAC) = 50^\circ$ . Aflați măsurile unghiurilor BDC, CBD și BCD.
4. Fie ABCD un patrulater. Dacă  $m(\sphericalangle B) = 2m(\sphericalangle A)$ ,  $m(\sphericalangle C) = 5m(\sphericalangle A)$  și  $m(\sphericalangle c) = 4m(\sphericalangle A)$ , arătați că patrulaterul ABCD este inscriptibil.
5. Fie MNPQ un patrulater inscriptibil cu  $m(\sphericalangle QMN) = 87^\circ$  și  $m(\sphericalangle QMp) = 51^\circ$ . Calculați măsurile unghiurilor NPQ, QNP și NQP.